

“integral”im sıfır diyenlere  
“integral”e sıfırdan başlamak isteyenlere

# İNTEGRAL

sıfır

Orhan ÇANAKÇI



KAREKÖK

## YOL HARİTASI

I.

### BELİRSİZ İNTEGRALE GİRİŞ

Türev kurallarını iyi biliyorsanız burayı çok hızlı geçeceksiniz. Ben zaten integral alabiliyordum diyeceksiniz.

II.

### İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ

"Değişken Değiştirme" "Kısmi İntegrasyon" "Basit Kesirlere Ayırma" yöntemlerini kullanarak ilk bölümde yaptıklarınızı tekrar edeceksiniz.

III.

### BELİRLİ İNTEGRAL

I. ve II. bölümleri iyi anlamışsanız bu bölümün nasıl bittiğini anlamayacaksınız. Çünkü her şey çok belirli.

IV.

### İNTEGRAL İLE ALAN VE HACİM HESABI

İntegralin ne işe yaradığını göreceksiniz, iyi ki İNTEGRALI öğrenmişim diyeceksin.

Üniversite Hayatınızda Başarılar...

## İÇİNDEKİLER

Belirsiz İntegrale Giriş .....	11
Integral Alma Yöntemleri .....	37
Belirli İntegral .....	61
Integral ile Alan ve Hacim Hesabı .....	87
Karma Testler .....	115
İdeal Sınav .....	127

## MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırmaya sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindkiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırmaya soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

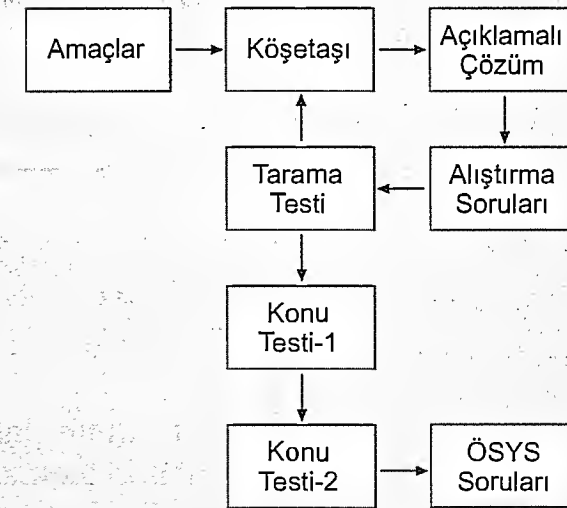
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALİŞTIRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası

5. bölümün  
17. köşetaşı

5.17

bölümün (konunun) adı

### köşetaşı

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

### açıklamalı çözüm

**AÇIKLAMALI ÇÖZÜM** kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!

“-ÇÖZMEK İSTEDİM,  
AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!”

deyip test çözmeyi bırakmak  
yok!!

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından

YUKARI BAK veee

SORUYU ÇÖZ!!

kareköt

### TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

### KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

### ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



# BÖLÜM 1

## Belirsiz İntegrale Giriş

### KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Ters türev kavramını açıklar.
2. Polinom tipi fonksiyonun integralini alır.
3. Köklü fonksiyonun integralini alır.
4. Negatif kuvvete sahip ifadelerin integralini alır.
5. Toplanan ve çıkarılan fonksiyonları ayrıştırarak integral alır.
6.  $y = \cos(ax + b)$  fonksiyonunun integralini alır.
7.  $y = \sin(ax + b)$  fonksiyonunun integralini alır.
8.  $y = \cos^2 x$  ve  $y = \sin^2 x$  fonksiyonlarının integralini alır.
9. Ters dönüşüm formüllerini kullanarak integral alır.
10.  $y = 1 + \tan^2 x$  fonksiyonunun integralini alır.
11.  $y = 1 + \cot^2 x$  fonksiyonunun integralini alır.
12.  $y = a^x$  fonksiyonunun integralini alır.
13.  $y = \frac{1}{ax+b}$  fonksiyonunun integralini alır.
14. Türevi verilen fonksiyonun integral sabitini hesaplar.
15. Belirsiz integralin türevini alır.

## köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisinin  $x$  e göre türevi  $3x^2$  değildir?

- A)  $x^3$  B)  $x^3 + 2$  C)  $x^3 - 1$  D)  $x^3 - 2$  E)  $x^3 + x$

## açıklamalı çözüm

Türevi bilinen bir fonksiyonu bulmaya "İntegral alma" denir.

$x^3$ ,  $x^3 + 2$ ,  $x^3 - 1$ ,  $x^3 - 2$  fonksiyonlarının türevi  $3x^2$  dir. Bir başka deyişle bu fonksiyonlar  $3x^2$  nin ters türevi yani integralidir. Sabitin türevi sıfır olduğu için  $3x^2$  nin integrali  $x^3 + c$  dir.  $c$  ye integral sabiti denir.

$$x^3 + c \xrightleftharpoons[\text{İNTEGRAL}]{\text{TÜREV}} 3x^2$$

Matematikçesi;

$$\begin{array}{c} \text{Integral} \\ \text{sembolü} \end{array} \int 3x^2 dx = x^3 + c$$

fonksiyonun  
türevi      Türev  
x'e göre  
alınmış      istenilen  
fonksiyon  
(integral)

" $x^3 + x$ " fonksiyonunun türevi  $3x^2 + 1$  olduğundan cevap "E" seçeneğidir.

1. "x e göre türevi  $2x$  olan fonksiyon nedir?" ifadesine aşağıdakilerden hangisi karşılık gelir?

- A)  $\int 2x dy$  B)  $\int x^2 dx$  C)  $\int (2x + c) dx$   
D)  $\int 2x dx$  E)  $\int 2 dx$

2.  $\int 4x dx = f(x)$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A)  $f'(x) = 4x$  B)  $f(x) = 4x + c$   
C)  $f'(x) = 2x^2$  D)  $f(x) = 2x^2$   
E)  $f(x) = 2x^2 - 2$

karekök

3.  $\int 4x^3 dx = x^4 + c$  eşitliği için aşağıdakilerden hangisi daima doğru değildir?

- A) Türev  $x$  e göre alınmıştır.  
B)  $c$  integral sabitidir.  
C) " $x^4 + c$ " nin türevi  $4x^3$  tür.  
D)  $c$  pozitif gerçel sayıdır.  
E) " $x^4 + c$ ",  $4x^3$  ün integralidir.

4.  $\frac{dy}{dx} = 3$  eşitliğinde  $y$  yi bulmak için aşağıdakilerden hangisi yapılmalıdır?

- A)  $\int 3x dx$  B)  $\int 3 dy$  C)  $\int 3 dx$   
D)  $\int 3x dy$  E)  $\int \frac{3}{dx}$

## köşetaşı

$\int 8x^3 dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\int a \cdot x^n dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

Kuralımız der ki;

- I)  $a$  katsayısına sakın dokunma  
II)  $x$  in derecesi  $n$  i 1 artır,  $n + 1$  yap  
III) Sonra  $a \cdot x^{n+1}$  ifadesini  $n + 1$  ile böl.  
IV) Integral sabitini ( $c$ ) asla unutma.

$$\int 8x^3 dx = 8 \cdot \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = 8 \cdot \frac{x^4}{4} + c = 2x^4 + c$$

DİKKAT

$$\begin{aligned} \int dx &= \int 1 dx = x + c \\ \int a dx &= ax + c \\ \int a dt &= at + c \\ \int x dt &= xt + c \end{aligned}$$

1.  $\int 6x^2 dx$  integralinin eşiti nedir?

- A)  $3x^2 + c$  B)  $2x^3 + c$  C)  $6x^3 + c$   
D)  $3x^3 + c$  E)  $12x + c$

2.  $\int 5a^4 da$  integralinin eşiti nedir?

- A)  $x^5 + c$  B)  $a^5 + c$  C)  $20x^3 + c$   
D)  $20a^3 + c$  E)  $4a^5 + c$

3.  $\int 10 dx$  integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $10 + c$  B)  $10c$  C)  $10x + c$   
D)  $10a + c$  E)  $5x^2 + c$

4.  $\int 2x dt$  integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $x^2 + c$  B)  $t^2 + c$  C)  $2t + c$   
D)  $2xt + c$  E)  $2t^2 + c$

karekök

## köşetaşı

$\int 3\sqrt{x} dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\int a\sqrt[n]{x^m} dx = \int a \cdot x^{\frac{m}{n}} dx = a \cdot \frac{x^{\frac{m}{n}+1}}{\frac{m}{n}+1} + c$$

Dikkat edilirse bu kural bir önceki köşetaşında verilen kuralın aynısıdır. Köklü ifadeyi önce üslü (kuvvetli) yaptık sonra kuvveti 1 artırıp artırılmış kuvvete böldük.

$$\int 3\sqrt{x} dx = \int 3x^{\frac{1}{2}} dx = 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = 2x^{\frac{3}{2}} + c = 2\sqrt{x^3} + c = 2\sqrt{x^2 \cdot x} + c = 2x\sqrt{x} + c$$

1.  $\int 4\sqrt[3]{x} dx$   
integralinin sonucu nedir?

- A)  $\sqrt[3]{x^3} + c$  B)  $4x\sqrt[3]{x} + c$   
C)  $3x\sqrt[3]{x} + c$  D)  $x\sqrt[3]{x} + c$   
E)  $3x\sqrt{x^3} + c$

3.  $\int \frac{6x}{\sqrt{x}} dx$   
integralinin eşiti nedir?

- A)  $4x^{\frac{2}{3}} + c$  B)  $6x^{\frac{3}{2}} + c$   
C)  $4x^{\frac{3}{2}} + c$  D)  $x^{\frac{3}{2}} + c$   
E)  $x^{\frac{2}{3}} + c$

2.  $\int 5x\sqrt{x} dx$   
integralinin eşiti nedir?

- A)  $2x^{\frac{5}{2}} + c$  B)  $2x^{\frac{2}{5}} + c$   
C)  $10x^{\frac{5}{2}} + c$  D)  $10x^{\frac{2}{5}} + c$   
E)  $2x^{\frac{2}{3}} + c$

karekök

4.  $\int 6a\sqrt{x} dx$   
integralinin eşiti nedir?

- A)  $4ax\sqrt{x} + c$  B)  $4x\sqrt{a} + c$   
C)  $2ax\sqrt{x} + c$  D)  $2xa\sqrt{a} + c$   
E)  $2a^2x\sqrt{x} + c$

## köşetaşı

$\int \frac{4}{x^3} dx$  integralinin sonucu nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\int \frac{a}{x^n} dx = \int a \cdot x^{-n} dx = a \cdot \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + c \quad (n \neq 1)$$

Görüldüğü gibi değişen bir şey yok. x in kuvveti kesirli olmuş, negatif olmuş hiç fark etmiyor. Kuvveti hep 1 artırıp sonra bölüyoruz.

$$\int \frac{4}{x^3} dx = \int 4x^{-3} dx = 4 \cdot \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c = -2x^{-2} + c = -\frac{2}{x^2} + c$$

1.  $\int -\frac{1}{x^2} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A)  $\frac{1}{x} + c$  B)  $-\frac{1}{x} + c$  C)  $\frac{2}{x} + c$   
D)  $-\frac{2}{x} + c$  E)  $\frac{1}{x^2} + c$

3.  $\int \frac{\sqrt{x}}{2x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A)  $\sqrt{x} + c$  B)  $2\sqrt{x} + c$  C)  $\frac{1}{\sqrt{x}} + c$   
D)  $\frac{2}{\sqrt{x}} + c$  E)  $x + c$

karekök

2.  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $\sqrt{x} + c$  B)  $4\sqrt{x} + c$  C)  $2\sqrt{x} + c$   
D)  $\frac{2}{x} + c$  E)  $\frac{2}{\sqrt{x}} + c$

4.  $\int \frac{x^{11/6}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{x^2} + c$  B)  $\frac{1}{x} + c$  C)  $2x + c$   
D)  $\frac{x^2}{2} + c$  E)  $x^2 + c$

## köşetaşı

$$\int \left( 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2 \right) dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

## açıklamalı çözüm

$$\int (u(x) \pm v(x)) dx = \int u(x) dx \pm \int v(x) dx$$

İntegral sembolü içinde birden çok fonksiyon toplanmış ya da çıkarılmış ise integral alınırken herbirinin ayrı ayrı integrali alınır ve sadece bir tane integral sabiti yazılır.

$$\begin{aligned} \int \left( 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2 \right) dx &= \int 3x^2 dx + \int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx - \int 2 dx \\ &= x^3 + \sqrt{x} - 2x + c \end{aligned}$$

$$1. \int \left( 12x^3 - \frac{4}{x^3} \right) dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A)  $3x^4 + 2x^2 + c$  B)  $3x^4 - 2x^2 + c$   
C)  $3x^4 + \frac{2}{x^2} + c$  D)  $3x^4 - \frac{2}{x^2} + c$   
E)  $3x^4 + x^{-2} + c$

$$3. \int \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} dx$$

integralinin eđiti nedir?

(Dikkat: Kural bölme için geçerli değil, önce bölmeyi (sadeleştirme) yapınız.)

- A)  $\frac{3}{2}x\sqrt{x} + x + c$  B)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + c$   
C)  $\frac{2}{3}\sqrt{x} + x + c$  D)  $\frac{3}{2}\sqrt{x} + x + c$   
E)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - x + c$

$$2. \int (3x+2)(x-2) dx$$

integralinin eđiti nedir?

(Dikkat: Kural çarpma için geçerli değil, önce çarpmayı yapınız.)

- A)  $x^3 - 2x^2 - 4x + c$  B)  $x^3 + 2x^2 + 4x + c$   
C)  $x^3 + 2x^2 - 4x + c$  D)  $x^3 - 2x^2 + 4x + c$   
E)  $x^3 - 2x^2 - 2x + c$

## köşetaşı

$$\int \cos 2x dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

## açıklamalı çözüm

$$\int \cos(ax+b) dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + c$$

$$y = \sin(ax+b) \Rightarrow y' = a \cdot \cos(ax+b)$$

olduğunu hatırlarsak verilen kuralda eğitliğin sağ tarafında  $\sin(ax+b)$  yi niçin a ya böldüğümüzü daha kolay anlarız.

$$\int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + c$$

$$1. \int \cos(4x-1) dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A)  $\sin 4x + c$  B)  $\frac{\sin 4x}{4} + c$   
C)  $\frac{\sin(4x-1)}{4} + c$  D)  $\frac{\cos(4x-1)}{4} + c$   
E)  $\frac{\cos 4x}{4} + c$

$$2. \int 6 \cos 3x dx$$

aşağıdakilerden hangisine eğittir?

- A)  $6 \sin 3x + c$  B)  $3 \sin 3x + c$   
C)  $-3 \sin 3x + c$  D)  $-2 \sin 3x + c$   
E)  $2 \sin 3x + c$

$$3. \int \cot 2x \cdot \sin 2x dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A)  $\sin 2x + c$  B)  $2 \sin 2x + c$   
C)  $\cos 2x + c$  D)  $\frac{1}{2} \sin 2x + c$   
E)  $\frac{1}{2} \cos 2x + c$

$$4. \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$$

integralinin eđiti nedir?

- A)  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$  B)  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + c$   
C)  $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + c$  D)  $x + \sin 2x + c$   
E)  $\frac{x}{2} + \sin 2x + c$



## köşetaşı

$\int \sin 2x \, dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{\cos(ax + b)}{a} + c$$

$$y = \cos(ax + b) \Rightarrow y' = -a \sin(ax + b)$$

olduğunu hatırlarsak verilen kuralda eşitliğin sağ tarafındaki  $\cos(ax + b)$  nin önündeki  $-$  işaretini ve niçin  $a$  ya bölündüğünü anlayabiliriz.

$$\int \sin 2x \, dx = -\frac{\cos 2x}{2} + c$$

1.  $\int \sin(2x - 1) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{2} \cos(2x - 1) + c$  B)  $\frac{1}{2} \cos(2x - 1) + c$   
C)  $-\cos(2x - 1) + c$  D)  $2 \cos(2x - 1) + c$   
E)  $-2 \cos(2x - 1) + c$

2.  $\int 4 \sin(1 - 2x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2 \cos(1 - 2x) + c$  B)  $2 \cos(1 - 2x) + c$   
C)  $\cos(1 - 2x) + c$  D)  $-\cos(1 - 2x) + c$   
E)  $2 \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

3.  $\int \sin\left(\frac{x+1}{2}\right) dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$  B)  $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$   
C)  $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$  D)  $-2 \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$   
E)  $2 \cos\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$

4.  $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu:  $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ )

- A)  $-\frac{1}{2} \cos 2x + c$  B)  $\frac{1}{2} \cos 2x + c$   
C)  $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$  D)  $-\frac{1}{4} \cos 2x + c$   
E)  $\frac{1}{4} \cos 2x + c$

## köşetaşı

$\int \cos^2 x \, dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \int \cos^2 x \, dx &= \int \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx \\ &= \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left( x + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c \end{aligned}$$

## HATIRLATMA

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

1.  $\int 2 \sin^2 x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - \sin 2x + c$  B)  $x - \frac{\sin 2x}{2} + c$   
C)  $x + \frac{\sin 2x}{2} + c$  D)  $x - \frac{\cos 2x}{2} + c$   
E)  $x + \frac{\cos 2x}{2} + c$

2.  $\int 2 \cos^2 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + \frac{\sin 4x}{4} + c$  B)  $x - \frac{\sin 4x}{4} + c$   
C)  $x - \frac{\cos 4x}{4} + c$  D)  $x + \frac{\cos 4x}{4} + c$   
E)  $x + \frac{\sin 4x}{2} + c$

3.  $\int (\cos^2 2x + \sin^2 2x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + c$  B)  $\sin 2x + \cos 2x + c$   
C)  $\sin 2x - \cos 2x + c$  D)  $\frac{1}{2}(\sin 2x - \cos 2x) + c$   
E)  $2(\sin 2x - \cos 2x) + c$

4.  $\int \sin^2 4x \, dx - \int \cos^2 4x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: Parçaları birleştirir bulmacayı çözeceksin.)

- A)  $\sin 8x + c$  B)  $-\frac{1}{8} \sin 8x + c$   
C)  $\frac{1}{8} \sin 8x + c$  D)  $-\cos 8x + c$   
E)  $-\frac{1}{8} \cos 8x + c$

## köşetaşı

$\int \cos 2x \cdot \cos 4x \, dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \int \cos 4x \cdot \cos 2x \, dx &= \int \frac{1}{2} (\cos(4x+2x) + \cos(4x-2x)) \, dx \\ &= \frac{1}{2} \int (\cos 6x + \cos 2x) \, dx \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 2x}{2} \right) + c \\ &= \frac{\sin 6x}{12} + \frac{\sin 2x}{4} + c \end{aligned}$$

## HATIRLATMA

$$\begin{aligned} \cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b)) \\ \sin a \cdot \sin b &= -\frac{1}{2} (\cos(a+b) - \cos(a-b)) \\ \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} (\sin(a+b) + \sin(a-b)) \end{aligned}$$

1.  $\int 18 \cos 6x \cdot \cos 3x \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $\sin 9x + 3 \sin 3x + c$  B)  $\sin 9x + \sin 3x + c$   
C)  $\cos 9x + \cos 3x + c$  D)  $\cos 9x + 3 \cos 3x + c$   
E)  $-\sin 9x - 3 \sin 3x + c$

3.  $\int 6 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $3 \cos 3x - 6 \cos x + c$  B)  $\cos 3x + 6 \cos x + c$   
C)  $-\cos 3x + 6 \cos x + c$  D)  $\sin 3x - 6 \sin x + c$   
E)  $-\cos 3x - 3 \cos x + c$

2.  $\int -6 \sin 2x \cdot \sin x \cdot dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $\sin 3x - 2 \sin x + c$  B)  $\sin 3x - 3 \sin x + c$   
C)  $\cos 3x - 3 \cos x + c$  D)  $\cos 3x + 3 \cos x + c$   
E)  $\sin 3x + 3 \sin x + c$

4.  $\int 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) \cdot \cos(\pi - x) \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $\sin 3x + \sin x + c$  B)  $\sin 3x - \sin x + c$   
C)  $\frac{\cos 3x}{3} + \cos x + c$  D)  $\frac{\sin 3x}{3} + \sin x + c$   
E)  $\frac{\sin 3x}{3} - \sin x + c$

## köşetaşı

$\int \tan^2 2x \, dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$\int (1 + \tan^2(ax+b)) \, dx = \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} \, dx = \int \sec^2(ax+b) \, dx = \frac{\tan(ax+b)}{a} + c$$

$$y = \tan(ax+b) \Rightarrow y' = a(1 + \tan^2(ax+b))$$

olduğunu hatırlarsanız verilen kuralda  $\tan(ax+b)$  nin niçin  $a$  ya bölündüğünü kolayca anlayabilirsiniz.

$$\begin{aligned} \int \tan^2 2x \, dx &= \int (-1 + \tan^2 2x) \, dx \\ &= \int -1 \, dx + \int (1 + \tan^2 2x) \, dx \\ &= -x + \frac{\tan 2x}{2} + c \end{aligned}$$

1.  $\int (3 + \tan^2 x) \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $3 + \tan x + c$  B)  $2 \tan x + c$   
C)  $2 + \tan x + c$  D)  $3x + \tan x + c$   
E)  $2x + \tan x + c$

3.  $\int \frac{4}{\cos^2 2x} \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $\tan 2x + c$  B)  $4 \tan 2x + c$   
C)  $2 \tan 2x + c$  D)  $8 \tan 2x + c$   
E)  $4 \tan x + c$

2.  $\int (3 \tan^2 3x) \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $-3x + \tan 3x + c$  B)  $3x - 3 \tan x + c$   
C)  $3x + \tan 3x + c$  D)  $3x - \tan x + c$   
E)  $-3x + \tan x + c$

4.  $\int 6 \sec^2 3x \, dx$   
aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A)  $3 \tan 3x + c$  B)  $6 \tan 3x + c$   
C)  $2 \tan 3x + c$  D)  $\tan 3x + c$   
E)  $3 \tan 2x + c$

## köşetaşı

$$\int (2 - \cot^2 x) dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

## açıklamalı çözüm

$$\int (1 + \cot^2(ax + b)) dx = \int \frac{1}{\sin^2(ax + b)} dx = \int \operatorname{cosec}^2(ax + b) dx = -\frac{\cot(ax + b)}{a} + c$$

$$y = \cot(ax + b) \Rightarrow y' = -a(1 + \cot^2(ax + b))$$

olduğunu hatırlarsanız verilen kuralda  $\cot(ax + b)$  nin niçin  $-a$  ya bölündüğünü kolayca anlayabilirsiniz.

$$\begin{aligned} \int (3 - 1 - \cot^2 x) dx &= \int [3 - (1 + \cot^2 x)] dx \\ &= \int 3 dx - \int (1 + \cot^2 x) dx = 3x + \cot x + c \end{aligned}$$

$$1. \int \cot^2 x dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + \cot x + c$  B)  $x - \cot x + c$   
C)  $-x + \cot x + c$  D)  $-x - \cot x + c$   
E)  $-1 - \cot x + c$

$$3. \int \frac{2}{\sin^2 2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2\cot 2x + c$  B)  $2\cot 2x + c$   
C)  $-\cot 2x + c$  D)  $\cot 2x + c$   
E)  $-4\cot 2x + c$

$$2. \int (2 + \cot^2 x) dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - \cot x + c$  B)  $x + \cot x + c$   
C)  $-x - \cot x + c$  D)  $1 - \cot x + c$   
E)  $-1 - \cot x + c$

$$4. \int \frac{1}{1 - \cos 2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu:  $\cos 2x$  in yarım açı formülünü hatırla)

- A)  $-\cot x + c$  B)  $-2\cot x + c$   
C)  $-\cot 2x + c$  D)  $-\frac{1}{2}\cot x + c$   
E)  $\cot x + c$

## köşetaşı

$$\int 2^{3x+1} dx \text{ integralinin eđiti nedir?}$$

## açıklamalı çözüm

$$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + c \quad \int e^{mx+n} dx = \frac{e^{mx+n}}{m} + c$$

$$y = a^{mx+n} \Rightarrow y' = a^{mx+n} \cdot m \cdot \ln a$$

olduğunu hatırlayın. İntegrali alınırken bu nedenle ters işlem yapılır m ve  $\ln a$  ya bölünür.

$$\int 2^{3x+1} dx = \frac{2^{3x+1}}{3 \cdot \ln 2} + c$$

$$1. \int 2^{1-x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{2^{1-x}}{\ln 2} + c$  B)  $\frac{2^{1-x}}{\ln 2} + c$  C)  $\frac{2^{x-1}}{\ln 2} + c$   
D)  $2^{1-x} + c$  E)  $-2^{1-x} + c$

$$3. \int e^{-\frac{x}{2}} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + c$  B)  $-e^{-\frac{x}{2}} + c$   
C)  $2e^{-\frac{x}{2}} + c$  D)  $\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + c$   
E)  $-2e^{-\frac{x}{2}} + c$

$$2. \int 4e^{2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $4e^{2x} + c$  B)  $2e^{2x} + c$  C)  $e^{2x} + c$   
D)  $-e^{2x} + c$  E)  $-4e^{2x} + c$

$$4. \int 3^x \cdot 2^{2x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $12^x + c$  B)  $12^x \cdot \ln 12 + c$  C)  $\frac{12^x}{\ln 12} + c$   
D)  $\frac{12^x}{\ln 2 \cdot \ln 3} + c$  E)  $\frac{12^x}{\ln 6} + c$

## köşetaşı

$$\int \frac{1}{2x-1} dx \text{ Integrallnin eşitli nedir?}$$

## açıklamalı çözüm

$$\int \frac{1}{mx \pm n} dx = \frac{1}{m} \ln|mx \pm n| + c$$

$$y = \ln(mx \pm n) \Rightarrow y' = \frac{m}{mx \pm n}$$

olduğunu hatırlayın. Türevi alınırken m ile çarpılırken integrali alınırken m ye bölündüğüne dikkat edin.

$$\int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + c$$

$$1. \int \frac{1}{x+1} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x+1| + c$  B)  $\ln|x-1| + c$   
C)  $2\ln|x+1| + c$  D)  $\frac{1}{2}\ln|x+1| + c$   
E)  $4\ln|x+1| + c$

$$2. \int \frac{4}{4x-1} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\ln|4x-1| + c$  B)  $-2\ln|4x-1| + c$   
C)  $-4\ln|4x-1| + c$  D)  $4\ln|4x-1| + c$   
E)  $\ln|4x-1| + c$

karekök

$$3. \int \left( \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} \right) dx = \ln(x+1)^2(x-1)^4 + c$$

olduğuna göre, a · b kaç olabilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$4. \int \frac{x^3 + x^2}{x^4} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x| - \frac{1}{x} + c$  B)  $\ln|x| + \frac{1}{x} + c$   
C)  $-\ln|x| - \frac{1}{x} + c$  D)  $\frac{1}{x} - \ln|x| + c$   
E)  $\frac{1}{x^2} - \ln|x| + c$

## köşetaşı

$$f'(x) = 3x^2 + 4x \text{ ve } f(0) = 3 \text{ olduğuna göre, } f(1) \text{ kaçtır?}$$

## açıklamalı çözüm

Türevi verilen bir fonksiyonun kendisini bulmak için integral almamız gerektiğini öğrenmiştik.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + 4x) dx$$

$$= x^3 + 2x^2 + c$$

c sabitini bulmak için  $f(0) = 3$  bilgisini kullanalım.

$$f(0) = 0 + 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3$$

Bu durumda

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3 \text{ ve } f(1) = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ olur.}$$

AYRICA

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$$

$$1. f'(x) = 8x^3 - 6x^2 + 1 \text{ ve } f(0) = 2$$

olduğuna göre,  $f(-1)$  kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. f'(x) = 2\cos 2x - 4\sin 2x \text{ ve } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

olduğuna göre,  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

$$2. f'(x) = 2e^{2x} \text{ ve } f(\ln 2) = 5$$

olduğuna göre,  $f(0)$  kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$4. f''(x) = 2, f'(0) = 2 \text{ ve } f(1) = 4$$

olduğuna göre,  $f(0)$  kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

## köşetaşı

$\int f(x) dx = 2x^3 + 6x^2 + 3$  olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

İntegralin türevi alındığında integral içindeki fonksiyon integral dışına olduğu gibi çıkar.

Şimdi köşetaşındaki  $f(x)$  fonksiyonunu integralden kurtarmak için her iki tarafın türevini alalım.

$$\int f(x) dx = 2x^3 + 6x^2 + 3$$

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = \frac{d}{dx} (2x^3 + 6x^2 + 3)$$

$$f(x) = 6x^2 + 12x$$

Sonuç  $f(2) = 6 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 48$  bulunur.

1.  $\int f(x) dx = e^{2x} + \cos 2x$   
olduğuna göre,  $f(0)$  kaçtır?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $\int xf(x) dx = 4x^3 + 2x^2$   
olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?  
A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

3.  $\int f'(x) dx = 2f(x) + 2x + 1$  ve  $f(0) = 1$   
olduğuna göre,  $f(1)$  kaçtır?  
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4.  $\int f''(x) dx = f(x)(x^2 - 1)$  ve  $f''(1) = 4$   
olduğuna göre,  $f(1)$  kaçtır?  
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. Aşağıdaki integrallerden hangisinin sonucu  $t$  ye göre türevi  $3t^2$  olan fonksiyona eşit olur?

- A)  $\int 3x^2 dx$  B)  $\int 3x^2 dt$  C)  $\int 3t^2 dx$   
D)  $\int 3t^2 dt$  E)  $\int t^3 dt$

2.  $\int 16x^3 dx$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $3x^4 + c$  B)  $4x^4 + c$  C)  $4t^4 + c$   
D)  $3t^4 + c$  E)  $48x^2 + c$

3.  $\int 10\sqrt[4]{x} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A)  $8x\sqrt[4]{x} + c$  B)  $4x\sqrt[4]{x} + c$  C)  $8\sqrt[5]{x^4} + c$   
D)  $4\sqrt[5]{x^4} + c$  E)  $2x\sqrt[4]{x} + c$

4.  $\int -\frac{6}{x^4} dx$

integralinin sonucu nedir?

- A)  $-\frac{4}{x^3} + c$  B)  $-\frac{2}{x^3} + c$  C)  $\frac{2}{x^3} + c$   
D)  $\frac{4}{x^3} + c$  E)  $\frac{2}{x^5} + c$

5.  $\int (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $4x^2 - x + c$  B)  $2x^2 - x + c$  C)  $2x^2 + x + c$   
D)  $4x^2 + x + c$  E)  $4x - 1 + c$

6.  $\int 3\cos(-3x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-3\sin(-3x) + c$  B)  $-3\cos(-3x) + c$   
C)  $3\sin(-3x) + c$  D)  $\sin(-3x) + c$   
E)  $-\sin(-3x) + c$

7.  $\int 2\sin 2x \cdot \cos 2x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\cos 4x + c$  B)  $\frac{1}{4}\cos 4x + c$   
C)  $\sin 4x + c$  D)  $-\frac{1}{4}\sin 4x + c$   
E)  $-\frac{1}{4}\cos 4x + c$

8.  $\int -2\sin^2 4x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - \frac{\cos 8x}{8} + c$  B)  $-x - \frac{\sin 8x}{8} + c$   
C)  $-x + \frac{\sin 8x}{8} + c$  D)  $x + \frac{\sin 8x}{8} + c$   
E)  $-x + \frac{\cos 8x}{8} + c$

9.  $\int 30 \cos(-4x) \cdot \cos x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3\sin 5x + 5\sin 3x + c$   
 B)  $5\sin 5x + 3\sin 3x + c$   
 C)  $3\cos 5x + 5\cos 3x + c$   
 D)  $3\sin 5x - 5\sin 3x + c$   
 E)  $-3\sin 5x - 5\sin 3x + c$

10.  $\int (1 - \tan^2 x) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - \tan x + c$  B)  $x + \tan x + c$   
 C)  $2x - \tan x + c$  D)  $2x - \tan 2x + c$   
 E)  $-2x - \tan x + c$

11.  $\int -\frac{4}{\sin^2 4x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\cot 4x + c$  B)  $-\cot 4x + c$   
 C)  $\tan 4x + c$  D)  $-\tan 4x + c$   
 E)  $4\cot 4x + c$

12.  $\int 4e^{-2x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2e^{-2x} + c$  B)  $-2e^{-2x} + c$   
 C)  $-e^{-2x} + c$  D)  $e^{-2x} + c$   
 E)  $-4e^{-2x} + c$

13.  $\int \frac{x-1}{x^2-1} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x-1| + c$  B)  $\ln|x+1| + c$   
 C)  $\ln|x^2-1| + c$  D)  $2\ln|x-1| + c$   
 E)  $2\ln|x+1| + c$

14.  $f'(x) = -9x^2 + \frac{1}{x}$  ve  $f(-1) = 4$

olduğuna göre  $f(1)$  kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15.  $\int x^2 f(2x) \, dx = x^4 - 4x^3 + c$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) 0 D) 8 E) 12

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$   
 B)  $\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$   
 C)  $\int e^x \, dx = e^x + c$   
 D)  $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + c$   
 E)  $\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = \cot x + c$

2.  $\frac{dy}{dx} = -4x^3 + 2x$

denklemini sağlayan y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $x^4 + x^2 + 2$  B)  $-x^4 + x^2$   
 C)  $-12x^2 + 2$  D)  $-4x^4 + x^2$   
 E)  $x^4 + x^2$

3.  $\int 3^{2x} \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3^{2x} \log_e e + c$  B)  $3^x \ln 9 + c$  C)  $3^{2x} \ln 9 + c$   
 D)  $3^x \ln 3 + c$  E)  $3^{2x} \ln 3 + c$

4.  $f'(x) = -6x + 2$  ve  $f(-1) = 0$

olduğuna göre,  $f(0)$  kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.  $\int \cos x \cdot \tan x \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\cos x + c$  B)  $-\cos x + c$  C)  $\sin x + c$   
 D)  $-\sin x + c$  E)  $\tan x + c$

6.  $\int \frac{1}{x}(x+1) \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + \ln|x| + c$  B)  $x \cdot \ln|x| + c$   
 C)  $x^2 + \ln|x| + c$  D)  $\ln|1+x| + c$   
 E)  $1 + \ln|x| + c$

7.  $\int (\tan^2 x - \cot^2 x) \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\tan x - \cot x + c$  B)  $\tan x + \cot x + c$   
 C)  $\cot x - \tan x + c$  D)  $-\tan x - \cot x + c$   
 E)  $\sec x + \operatorname{cosec} x + c$

8.  $F(x) = \int \frac{1}{x} \, dx$

olduğuna göre,  $F'(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln|x| + c$  B)  $\frac{1}{x} + c$  C)  $\frac{1}{x}$   
 D)  $\frac{1}{|x|}$  E)  $-\frac{1}{x^2}$



9.  $\int 5(x^2 - 3)^2 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^5 - 10x^3 + 45x + c$   
 B)  $x^4 - 10x^2 + c$   
 C)  $x^5 + 10x^3 + 45x + c$   
 D)  $x^5 - 3x^3 + 9x + c$   
 E)  $x^5 - 2x^3 + 9x + c$

10.  $\int 6e^{3x} dx$

integralinin eştiri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3e^{3x} + c$  B)  $2e^{3x} + c$  C)  $6e^{3x} + c$   
 D)  $e^{3x} + c$  E)  $3e^{2x} + c$

11.  $\int (2\cos^2 2x - 1) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sin 4x + c$  B)  $\cos 4x + c$  C)  $\frac{1}{4} \sin 4x + c$   
 D)  $\frac{1}{4} \cos 4x + c$  E)  $-\frac{1}{4} \sin 4x + c$

12.  $\int \frac{e^x + 1}{e^x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - e^x + c$  B)  $x + e^x + c$  C)  $x - e^{-x} + c$   
 D)  $-x - e^{-x} + c$  E)  $-x + e^{-x} + c$

13.  $\int x^{-1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{x^2} + c$  B)  $-\frac{1}{x^2} + c$  C)  $\ln|x| + c$   
 D)  $\frac{1}{x} + c$  E)  $-\ln|x| + c$

14.  $\int (\sin^2 x - \cos^2 x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\sin 2x + c$  B)  $\sin 2x + c$  C)  $2\sin 2x + c$   
 D)  $-\frac{1}{2} \sin 2x + c$  E)  $\frac{1}{2} \sin 2x + c$

15.  $\int \frac{4}{\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sqrt{x} + c$  B)  $2\sqrt{x} + c$  C)  $4\sqrt{x} + c$   
 D)  $8\sqrt{x} + c$  E)  $16\sqrt{x} + c$

16.  $\int \frac{2}{\operatorname{cosec} 2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\cos 2x + c$  B)  $-\cos 2x + c$   
 C)  $\sin 2x + c$  D)  $-\sin 2x + c$   
 E)  $-2\cos 2x + c$

karekök

1.  $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$  olduğundan "E" seçeneğindeki integral yanlış alınmıştır.

2.  $\frac{dy}{dx} = -4x^3 + 2x$

$dy = (-4x^3 + 2x) dx$

$\int dy = \int (-4x^3 + 2x) dx$

$y = -x^4 + x^2 + c$

olduğundan doğru seçenek "B" seçeneğidir.

3.  $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{2 \cdot \ln 3} + c = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + c$   
 $= 3^{2x} \log_9 e + c$

Doğru seçenek "A" dir.

4.  $f'(x) = -6x + 2 \Rightarrow$

$\int f'(x) dx = \int (-6x + 2) dx$

$f(x) = -3x^2 + 2x + c$

$f(-1) = 0$  olduğundan

$f(-1) = -3 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 5$

$f(0) = c = 5$  bulunur.

Doğru seçenek "E" dir.

5.  $\int \cos x \cdot \tan x dx = \int \cos x \frac{\sin x}{\cos x} dx$   
 $= \int \sin x dx = -\cos x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

6.  $\int \frac{1}{x}(x+1) dx = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = x + \ln|x| + c$

Doğru seçenek "A" dir.

7.  $\int (\tan^2 x - \cot^2 x) dx$   
 $= \int (1 + \tan^2 x - 1 - \cot^2 x) dx$   
 $= \int (1 + \tan^2 x) dx + \int -(1 + \cot^2 x) dx$   
 $= \tan x + \cot x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

8.  $F(x) = \int \frac{1}{x} dx$  integralinin türevi integrali alınan  $\frac{1}{x} e$  eşittir. Doğru seçenek "C" dir.

karekök

$$\begin{aligned}
 9. \int 5(x^2 - 3)^2 dx &= \int 5(x^4 - 6x^2 + 9) dx \\
 &= \int (5x^4 - 30x^2 + 45) dx \\
 &= x^5 - 10x^3 + 45x + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$10. \int 6e^{3x} dx = 6 \cdot \frac{e^{3x}}{3} + c = 2e^{3x} + c$$

Doğru seçenek "B" dir.

$$11. \int (2\cos^2 2x - 1) dx = \int \cos 4x dx = \frac{\sin 4x}{4} + c$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$\begin{aligned}
 12. \int \frac{e^x + 1}{e^x} dx &= \int \left( \frac{e^x}{e^x} + \frac{1}{e^x} \right) dx = \int (1 + e^{-x}) dx \\
 &= x - e^{-x} + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$13. \int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$\begin{aligned}
 14. \int (\sin^2 x - \cos^2 x) dx &= \int -(\cos^2 x - \sin^2 x) dx \\
 &= \int -\cos 2x dx \\
 &= -\frac{\sin 2x}{2} + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$\begin{aligned}
 15. \int \frac{4}{\sqrt{x}} dx &= \int 4 \cdot x^{-\frac{1}{2}} dx = 4 \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c \\
 &= 4 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c \\
 &= 8 \cdot \sqrt{x} + c
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$16. \int \frac{2}{\operatorname{cosec} 2x} dx = \int 2 \sin 2x dx = -\cos 2x + c$$

Doğru seçenek "B" dir.

kareköt

$$1. \int e^{\ln 6x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

A)  $e^{6x} + c$  B)  $\frac{1}{6}e^{\ln 6x} + c$  C)  $6x + c$   
D)  $3x^2 + c$  E)  $3x + c$

$$2. \int \cos^3 x \cdot (1 + \tan^2 x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $-\cos x + c$  B)  $-\sin x + c$   
C)  $\tan x + c$  D)  $\sin x + c$   
E)  $\cos x + c$

$$3. \int e^{-x}(e^x + e^{2x}) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $e^x + x + c$  B)  $e^x + e^{-x} + c$   
C)  $-x + e^{-x} + c$  D)  $e^x - e^{-x} + c$   
E)  $x - e^{-x} + c$

$$4. \int 4(x-1)(x^2 + x + 1) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $x^4 + 4x + c$  B)  $x^4 - 4x^3 + c$   
C)  $x^4 - 4x + c$  D)  $x^4 + 4x^3 + c$   
E)  $x^4 - x + c$

$$5. \int \left( \frac{2}{x} - \frac{2}{x+1} \right) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\ln \left( \frac{x}{x+1} \right) + c$  B)  $\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$   
C)  $\ln x^2(x+1)^2 + c$  D)  $\ln|2x+1| + c$   
E)  $\frac{2\ln|x|}{\ln|x+1|} + c$

$$6. \int \ln 2 \cdot \frac{2^{3x+1} - 2^x}{2^x} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $2^{2x} - x \ln 2 + c$  B)  $2^{2x} + x + c$   
C)  $2^{2x+1} + x + c$  D)  $2^{2x+1} - x + c$   
E)  $2^x - x + c$

$$7. \int 3(\sqrt[4]{x} - 1)(\sqrt[4]{x} + 1) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\sqrt{x} + c$  B)  $2\sqrt{x} + c$   
C)  $2x\sqrt{x} - 3x + c$  D)  $x\sqrt{x} - x + c$   
E)  $\sqrt{x} - x + c$

$$8. \int \frac{1}{\tan^2 x} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $-x + \cot x + c$  B)  $x - \cot x + c$   
C)  $x + \cot x + c$  D)  $-x - \cot x + c$   
E)  $x + \tan x + c$

kareköt

9.  $\int \tan x \cdot \cot x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\tan x + c$  B)  $\cot x + c$  C)  $x + c$   
D)  $\tan^2 x + c$  E)  $\cot^2 x + c$

10.  $\int f'(x) \, dx = x^2 + 3x + 1$  ve  $f(0) = 1$

olduğuna göre,  $f(1)$  kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11.  $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$  olduğuna göre,  $y = f(x)$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $x^3 - 2x^2 + 2$  B)  $x^3 - 2x + 1$   
C)  $x^3 + x^2 - 2$  D)  $2x^3 - 2x^2$   
E)  $x^3 - 4x^2$

12.  $\int x^2 \cos^2 x \, dx + \int x^2 \sin^2 x \, dx = f(x)$

olduğuna göre,  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $2x^2$  B)  $x^2$  C)  $-x^3$   
D)  $\frac{x^3}{3}$  E)  $x^3$

13.  $\int \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2 + x + c$  B)  $x^2 + c$   
C)  $2x^2 + x + c$  D)  $2x^2 + c$   
E)  $x^2 - x + c$

14.  $\int f(x) \, dx = \frac{1}{x} + \int \frac{x+1}{x^2} \, dx$

olduğuna göre,  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln|x|$  B)  $\frac{1}{x^2}$  C)  $\frac{1}{x}$   
D)  $-\frac{1}{x}$  E)  $-\frac{1}{x^2}$

15.  $\int 2e^{\frac{x}{2}} \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} + c$  B)  $\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + c$  C)  $e^{\frac{x}{2}} + c$   
D)  $2e^{\frac{x}{2}} + c$  E)  $4e^{\frac{x}{2}} + c$

16.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,

$\int \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\sqrt{2}\cos x + c$  B)  $-\cos x + c$   
C)  $\sqrt{2}\sin x + c$  D)  $\sin x + c$   
E)  $-2\cos x + c$

1.  $\sin x < 0$  için  $\int (\cos x + |\sin x|) \, dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $1 + \sin x + c$  B)  $\cos x - \sin x + c$   
C)  $\sin x + \cos x + c$  D)  $1 + \cos x + c$   
E)  $1 - \sin x + c$

(1977)

2.  $f'(x) = 3x^2 + 2x$  ve  $f(1) = 3$

olduğuna göre,  $f(-1)$  in değeri nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4  
(ÖYS 1986)

3.  $\int x f(x) \, dx = x^2 + x + c$

olduğuna göre,  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?  
(c sabittir.)

- A) 2 B)  $x + \ln x$  C)  $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + cx$   
D)  $x + 1$  E)  $2 + \frac{1}{x}$

(ÖYS 1987)

4.  $y = f(x)$  eğrisinin  $(-2, 3)$  noktasındaki teğeti x eksenine ile  $135^\circ$  lik açı yapmaktadır.

$f''(x) = 16x$  olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D)  $-\frac{69}{5}$  E)  $-\frac{125}{3}$

(ÖYS 1995)

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu her noktada türevli ve

$f'(x) = x + 1$

$f(2) = -1$

olduğuna göre,  $f(0)$  kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0  
(ÖSS 2006)

6.  $f''(x) = 6x - 2$

$f'(0) = 4$

$f(0) = 1$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için  $f(1)$  değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8  
(LYS 2010)

7.  $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$

$f(0) = 2$

olduğuna göre,  $f(-1)$  değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2  
(LYS 2011)

## BÖLÜM 2

### İntegral Alma Yöntemleri

#### KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1.  $\int f^n(x) \cdot f'(x) dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
2.  $\int \sin^n x \cdot \cos x dx$  ya da  $\int \cos^n x \cdot \sin x dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
3.  $\int \tan^n x \cdot \sec^2 x dx$  ya da  $\int \cot^n x \cdot \operatorname{cosec}^2 x dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
4.  $\int \sin(f(x)) \cdot f'(x) dx$  ya da  $\int \cos(f(x)) \cdot f'(x) dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
5.  $\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
6.  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
7.  $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
8.  $\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx$  integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
9. Diferansiyel içeren integrallerin eşitini bulur.
10. Verilen dönüşümü kullanarak integralin eşitini bulur.
11. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle integral alır.
12. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle integral alır.
13. Kısmi integrasyon yöntemiyle integral alır.

## köşetaşı

$\int (x^2 + 1)^3 \cdot 2x \, dx$  integralinin eşitini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

İntegrallerin içinin daha karışık olduğu durumlarda en çok karşımıza çıkan, en çok kullanılan yöntem "Değişken Değiştirme" yöntemidir.

$$\int [f(x)]^n f'(x) \, dx = \int u^n \, du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

İntegral içinde biri diğerinin türevi ya da türevinin katı olan iki fonksiyon varsa bu yöntem uygulanır. Şimdi bu kuralı kullanarak köşetaşındaki integrali basitleştirelim.

$$u = f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow \frac{du}{dx} = f'(x) = 2x$$

$$\Rightarrow du = 2x \, dx$$

$$\int \underbrace{(x^2 + 1)^3}_u \underbrace{2x \, dx}_{du} = \int u^3 \, du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{(x^2 + 1)^4}{4} + c$$

Değişken değiştirmeyi doğru yaparsanız karşınıza çıkan integralin bu kitabın I. bölümündeki basit integrallerden biri olduğunu görürsünüz.

1.  $\int (x^3 - 1)^4 \cdot 3x^2 \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{(x^3 - 1)^5}{5} + c$  B)  $\frac{(x^3 - 1)^4}{4} + c$  C)  $\frac{x^5}{5} + c$   
D)  $\frac{x^4}{4} + c$  E)  $\frac{(x^4 - 1)^5}{5} + c$

2.  $\int 12(x - 1)^5 \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2(x - 1)^6 + c$  B)  $6(x - 1)^6 + c$   
C)  $12(x - 1)^6 + c$  D)  $2(x - 1)^5 + c$   
E)  $6(x - 1)^5 + c$

3.  $\int \frac{1}{(x^2 - 1)^3} \cdot 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{2(x^2 - 1)^2} + c$  B)  $-\frac{1}{2(x^2 - 1)^2} + c$   
C)  $\frac{1}{(x^2 - 1)^2} + c$  D)  $-\frac{1}{(x^2 - 1)^2} + c$   
E)  $-2(x^2 - 1)^2 + c$

4.  $\int 6(x^2 + 2x)^2 (x + 1) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $(x^2 + 2x) + c$  B)  $3(x^2 + 2x)^3 + c$   
C)  $2(x^2 + 2x)^3 + c$  D)  $(x^2 + 2x)^3 + c$   
E)  $6(x^2 + 2x)^3 + c$

## köşetaşı

$\int 4\sin^3 x \cdot \cos x \, dx$  integralinin eşitini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

1. köşetaşında verilen kuralı kullanarak integrali basitleştirelim

$$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x \, dx$$

$$\begin{aligned} \int 4\sin^3 x \cdot \cos x \, dx &= \int 4 \cdot u^3 \cdot du \\ &= 4 \cdot \frac{u^4}{4} + c = \sin^4 x + c \end{aligned}$$

Bir Soru Daha:

$$\int 3\cos^2 x \cdot \sin x \, dx = ?$$

$$u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x \, dx \Rightarrow -du = \sin x \, dx$$

$$\int 3\cos^2 x \cdot \sin x \, dx = \int 3u^2 (-du) = -u^3 + c = -\cos^3 x + c$$

1.  $\int 5\cos^4 x \sin x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\cos^5 x + c$  B)  $\cos^5 x + c$   
C)  $-\sin^5 x + c$  D)  $\sin^5 x + c$   
E)  $-5\cos^5 x + c$

2.  $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\cos^2 x}{2} + c$  B)  $-\frac{\cos^2 x}{2} + c$   
C)  $-\frac{\sin^2 x}{2} + c$  D)  $\cos^2 x + c$   
E)  $\sin^2 x + c$

3.  $\int 2\cos^2 x \cdot \sin 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\sin^4 x + c$  B)  $\sin^4 x + c$   
C)  $-\cos^4 x + c$  D)  $\cos^4 x + c$   
E)  $-\cos^3 x + c$

4.  $\int 4(1 + \sin^2 x)^3 \cdot \sin 2x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $(1 + \sin^2 x)^3 + c$  B)  $(1 + \cos^2 x)^4 + c$   
C)  $-(1 + \sin^2 x)^4 + c$  D)  $(1 + \sin^2 x)^4 + c$   
E)  $2(1 + \sin^2 x)^4 + c$

## köşetaşı

$\int \tan^3 x \sec^2 x \, dx$  integralinin eşitini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \, dx$$

$$\int \tan^3 x \sec^2 x \, dx = \int u^3 \, du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{\tan^4 x}{4} + c$$

Bir Soru Daha:

$$\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} \, dx = ?$$

$$u = \cot x \Rightarrow du = -\frac{1}{\sin^2 x} \, dx \Rightarrow -du = \frac{1}{\sin^2 x} \, dx$$

$$\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} \, dx = \int u(-du) = -\frac{u^2}{2} + c = -\frac{1}{2} \cot^2 x + c$$

1.  $\int 3 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\tan^4 x + c$  B)  $3 \tan^3 x + c$   
C)  $\tan^3 x + c$  D)  $2 \tan^3 x + c$   
E)  $3 \tan^4 x + c$

2.  $\int \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2 \tan^2 x + c$  B)  $\tan^2 x + c$   
C)  $2 \tan x + c$  D)  $2 \cot^2 x + c$   
E)  $\cos^2 x + c$

3.  $\int 4 \cot^3 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2 \cot^4 x + c$  B)  $-2 \cot^4 x + c$   
C)  $\cot^4 x + c$  D)  $-\cot^4 x + c$   
E)  $-\cot^3 x + c$

4.  $\int \frac{1 + \cot^2 x}{\tan x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{\cot^2 x}{2} + c$  B)  $\frac{\cot^2 x}{2} + c$   
C)  $\frac{\tan^2 x}{2} + c$  D)  $-\frac{\tan^2 x}{2} + c$   
E)  $-\frac{\cot x}{2} + c$

## köşetaşı

$\int \cos(x^3 + 1) \cdot x^2 \, dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$1) \int \cos(f(x)) \cdot f'(x) \, dx = \int \cos u \, du = \sin u + c$$

$$2) \int \sin(f(x)) \cdot f'(x) \, dx = \int \sin u \, du = -\cos u + c$$

Verilen kurallardan 1. sini kullanarak köşetaşındaki soruyu çözelim.

$$u = x^3 + 1 \Rightarrow du = 3x^2 \, dx \Rightarrow x^2 \, dx = \frac{du}{3}$$

$$\begin{aligned} \int \cos(x^3 + 1) x^2 \, dx &= \int \cos u \cdot \frac{du}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int \cos u \, du = \frac{1}{3} \sin u + c = \frac{1}{3} \sin(x^3 + 1) + c \end{aligned}$$

1.  $\int 12 \sin(3x^2) \cdot x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-4 \cos 3x^2 + c$  B)  $-2 \cos 3x^2 + c$   
C)  $-\cos 3x^2 + c$  D)  $2 \cos 3x^2 + c$   
E)  $4 \cos 3x^2 + c$

2.  $\int \cos(\sin x) \cdot \cos x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sin 2x + c$  B)  $\sin(\cos x) + c$   
C)  $\sin(\sin x) + c$  D)  $-\sin(\sin x) + c$   
E)  $-\cos(\cos x) + c$

3.  $\int \sec^2(e^x) \cdot e^x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\tan x + c$  B)  $\sec(e^x) + c$   
C)  $\tan^2(e^x) + c$  D)  $\tan(e^x) + c$   
E)  $\sec^3(e^x) + c$

4.  $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sin(\ln x) + c$  B)  $\cos(\ln x) + c$   
C)  $-\sin(\ln x) + c$  D)  $-\cos(\ln x) + c$   
E)  $\ln(\sin x) + c$



## köşetaşı

$\int e^{(x^2)} \cdot 2x \, dx$  integralinin eşitini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

$$\int a^{f(x)} \cdot f'(x) \, dx = \int a^u \, du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x \, dx$$

$$\begin{aligned} \int e^{(x^2)} \cdot 2x \, dx &= \int e^u \, du = e^u + c \\ &= e^{(x^2)} + c \end{aligned}$$

1.  $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $e^{\sin x} + c$  B)  $e^{\cos x} + c$   
C)  $-e^{\sin x} + c$  D)  $-e^{\cos x} + c$   
E)  $e^{-\cos x} + c$

3.  $\int \frac{3^{\tan x}}{\cos^2 x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3^{\cot x} + c$  B)  $-3^{\cot x} + c$   
C)  $3^{\tan x} + c$  D)  $\frac{3^{\tan x}}{\ln 3} + c$   
E)  $\frac{3^{\tan x}}{\log 3} + c$

2.  $\int 2^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2^{\ln x} + c$  B)  $\frac{2^{\ln x}}{\ln 2} + c$   
C)  $\frac{2^{\ln x}}{\log 2} + c$  D)  $x^{\ln 2} + c$   
E)  $\ln x \cdot 2^{\ln x} + c$

4.  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2e^{\sqrt{x}} + c$  B)  $e^x + c$  C)  $3xe^{\sqrt{x}} + c$   
D)  $\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + c$  E)  $e^{\sqrt{x}} + c$

## köşetaşı

$\int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} \, dx$  integralinin eşitini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$u = x^3 + 2x \Rightarrow du = (3x^2 + 2) \, dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x} \, dx &= \int \frac{1}{u} \, du = \ln|u| + c \\ &= \ln|x^3 + 2x| + c \end{aligned}$$

1.  $\int \frac{1}{x+2} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x| + c$  B)  $2\ln|x+2| + c$   
C)  $\frac{1}{2}\ln|x+2| + 2$  D)  $\ln|x+2| + c$   
E)  $2x \ln|x| + c$

3.  $\int \frac{1}{x \ln x} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x| + c$  B)  $\ln\left|\frac{1}{x}\right| + c$   
C)  $\ln|\ln|x|| + c$  D)  $\frac{1}{\ln|x|} + c$   
E)  $x \ln|x| + c$

2.  $\int \frac{e^x}{e^x + 1} \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln(e^x + 1) + c$  B)  $\ln(e^x - 1) + c$   
C)  $e^x + c$  D)  $e^x \ln(e^x + 1) + c$   
E)  $x \ln(e^x + 1) + c$

4.  $\int \tan x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(ipucu:  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ )

- A)  $\ln|\sin x| + c$  B)  $\ln|\cos x| + c$   
C)  $-\ln|\cos x| + c$  D)  $-\ln|\sin x| + c$   
E)  $\ln|\tan x| + c$

köşetaşı

$$\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx \text{ integralinin eşiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \arcsin u + c \text{ ya da } -\arccos u + c$$

$$u = 2x \Rightarrow du = 2 dx$$

$$\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + c$$

$$= \arcsin(2x) + c \text{ ya da}$$

$$= -\arccos(2x) + c$$

$$1. \int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\arcsin e^x + c$  B)  $\arccos e^x + c$   
 C)  $\arctan e^x + c$  D)  $\operatorname{arccot} e^x + c$   
 E)  $-\arcsin e^x + c$

$$3. \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\arccos(\tan x) + c$  B)  $\arcsin(\tan^2 x) + c$   
 C)  $\arcsin(\tan x) + c$  D)  $\arccos(\tan^2 x) + c$   
 E)  $\operatorname{arccot}(\tan x) + c$

$$2. \int \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2+1)^2}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\arcsin(x^2+1) + c$  B)  $-\arccos(x^2+1) + c$   
 C)  $\arccos(x^2+1) + c$  D)  $\arctan(x^2+1) + c$   
 E)  $-\operatorname{arccot}(x^2+1) + c$

$$4. \int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
(Kök içini tam kare yapalım.)

- A)  $-\arccos(x-1) + c$  B)  $\arccos(x-1) + c$   
 C)  $-\arcsin(x-1) + c$  D)  $\arcsin(x^2) + c$   
 E)  $-\arccos(x^2) + c$

köşetaşı

$$\int \frac{2x}{1+x^4} dx \text{ integralinin eşiti nedir?}$$

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)} dx = \int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c \text{ ya da } -\operatorname{arccot} u + c$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$$

$$\int \frac{2x}{1+(x^2)^2} dx = \int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c$$

$$= \arctan(x^2) + c \text{ ya da}$$

$$= -\operatorname{arccot}(x^2) + c$$

$$1. \int \frac{4}{1+(2x+1)^2} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\operatorname{arccot}(2x+1) + c$  B)  $\arctan(2x+1) + c$   
 C)  $2\operatorname{arccot}(2x+1) + c$  D)  $2\arctan(2x+1) + c$   
 E)  $\arctan(2x) + c$

$$3. \int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\arctan(\sin x) + c$  B)  $\arctan(\cos x) + c$   
 C)  $-\arctan(\sin x) + c$  D)  $\operatorname{arccot}(e^{2x}) + c$   
 E)  $\arctan(e^x) + c$

$$2. \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\arcsin(e^x) + c$  B)  $\arccos(e^x) + c$   
 C)  $\operatorname{arccot}(e^x) + c$  D)  $\arctan(e^{2x}) + c$   
 E)  $\arctan(e^x) + c$

$$4. \int \frac{1}{4x^2-4x+2} dx$$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{2} \arctan(2x-1) + c$  B)  $\arctan(2x-1) + c$   
 C)  $2\arctan(2x-1) + c$  D)  $\arctan(2x+1) + c$   
 E)  $\arctan(2x) + c$

## köşetaşı

$\int \frac{d(x^2)}{x^2+2}$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

$$d(f(x)) = f'(x) \cdot dx$$

olduğunu hatırlayınız. Bu nedenle

$$d(x^2) = 2x \cdot dx$$

$$\int \frac{d(x^2)}{x^2+2} = \int \frac{2x}{x^2+2} dx \text{ integralinde değişken değıştirelim.}$$

$$t = x^2 + 2 \Rightarrow dt = 2x dx$$

$$\int \frac{2x}{x^2+2} dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln|t| + c = \ln(x^2 + 2) + c$$

1.  $\int \frac{d(x^2+1)}{2x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^2 + c$  B)  $2x + c$  C)  $2x^2 + c$   
D)  $x + c$  E)  $x^2 + 2x + c$

2.  $\int \frac{d(\sin x)}{\cos x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\sin x + c$  B)  $-\cos x + c$  C)  $x + c$   
D)  $\sin x + c$  E)  $\cos x + c$

3.  $\int \frac{d(e^x+1)}{1+e^{2x}}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $e^{2x} + c$  B)  $e^x + c$   
C)  $\ln(e^{2x} + 1) + c$  D)  $\arctan(e^x + 1) + c$   
E)  $\arctan(e^x) + c$

4.  $\int \frac{d(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sqrt{x} + c$  B)  $x + c$  C)  $x^2 + c$   
D)  $\ln|x| + c$  E)  $\ln x^2 + c$

## köşetaşı

$\int \sqrt{4-x^2} dx$  integralinin  $x = 2\sin t$  dönüşümü ile eşitini yazınız.

## açıklamalı çözüm

$$x = 2\sin t$$

$$dx = 2\cos t dt$$

eşitliklerini kullanarak integrali düzenleyelim.

$$\int \sqrt{4-x^2} dx = \int \sqrt{4-(2\sin t)^2} \cdot 2\cos t dt$$

$$= \int \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2\cos t dt$$

$$= \int 2\sqrt{1-\sin^2 t} \cdot 2\cos t dt = 4 \int \sqrt{\cos^2 t} \cdot \cos t dt = 4 \int |\cos t| \cos t dt$$

1.  $x = e^t$  dönüşümü ile  $\int \ln x dx$  integralinin eşiti nedir?

- A)  $\int t \ln t dt$  B)  $\int e^t dt$  C)  $\int t e^t dt$   
D)  $\int t^2 \ln t dt$  E)  $\int e^t \ln t dt$

2.  $\int \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$  integralinin  $x = t^{12}$  dönüşümü ile eşiti ne olur?

- A)  $\int (t^3 - t^2) dt$  B)  $\int 12(t^{14} - t^{13}) dt$   
C)  $\int (t^{14} - t^{13}) dt$  D)  $\int (t^{11} - t^{10}) dt$   
E)  $\int 12(t^{15} + t^{14}) dt$

3.  $x = \tan t$  dönüşümü ile  $\int \sqrt{1+x^2} dx$  integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

- A)  $\int \sec^3 t dt$  B)  $\int \sec^2 t dt$  C)  $\int \sec t dt$   
D)  $\int \tan^2 t dt$  E)  $\int \sec t \cdot \tan t dt$

4.  $\int \sqrt{x}(x+1) dx$  integralinin  $\sqrt{x} = t$  dönüşümü ile eşiti nedir?

- A)  $\int (t^4 - t^2) dt$  B)  $\int (t^3 - t) dt$   
C)  $\int 2(t^3 + t) dt$  D)  $\int (t^2 + 1) dt$   
E)  $\int 2(t^4 + t^2) dt$

## köşetaşı

$\int \frac{x+3}{x+1} dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

Kesirli ifadelerin integrali "Değişken Değiştirme" yöntemi ile alınmadığı zaman bu ifadeyi "Basit Kesirlere Ayırma" yöntemiyle basitleştirmemiz gerekebilir. Polinom bölmesi yaparak kesri iki parçaya ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} x+3 & x+1 \\ -x+1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \frac{x+3}{x+1} = \frac{1}{1} + \frac{2}{x+1} \rightarrow \text{Kalan}$$

Bölüm

$$\int \frac{x+3}{x+1} dx = \int \left( 1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = \int 1 dx + \int \frac{2}{x+1} dx$$

$$= x + 2 \ln |x+1| + c$$

1.  $\int \frac{2x}{x-1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2x + \ln|x-1| + c$   
 B)  $x + \ln|x-1| + c$   
 C)  $2x + \ln(x-1)^2 + c$   
 D)  $2x - \ln(x-1)^2 + c$   
 E)  $x - \ln(x-1)^2 + c$

2.  $\int \frac{4x+1}{2x+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - \ln|2x+1| + c$   
 B)  $2x - \ln|2x+1| + c$   
 C)  $2x + \ln|2x+1| + c$   
 D)  $2x - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + c$   
 E)  $2x + \frac{1}{2} \ln|2x+1| + c$

karekök

3.  $\int \frac{x^2+2x+1}{x^2+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x - \ln(x^2+1) + c$   
 B)  $x + \ln(x^2+1) + c$   
 C)  $2x + \ln(x^2+1) + c$   
 D)  $2x - \ln(x^2+1) + c$   
 E)  $x + 2 \ln(x^2+1) + c$

4.  $\int \frac{x^2+x+1}{x+1} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{x^2}{2} + \ln|x+1| + c$   
 B)  $x^2 + \ln|x+1| + c$   
 C)  $\frac{x}{2} - \ln|x+1| + c$   
 D)  $x^2 - \ln|x+1| + c$   
 E)  $2x^2 + \ln|x+1| + c$

## köşetaşı

$\int \frac{2}{x^2-1} dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

1) Integrali alınan kesir iki basit kesrin toplamı şeklinde yazılır.

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

2) Paydalar eşitlendikten sonra her iki taraftaki paylar birbirine eşitlenir.

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} \Rightarrow 2 = a(x+1) + b(x-1)$$

3) Polinom eşitliğiyle ya da değer verilerek a ve b bulunur.

$$x=1 \text{ için } 2=2a \Rightarrow a=1$$

$$x=-1 \text{ için } 2=-2b \Rightarrow b=-1$$

$$\int \frac{2}{x^2-1} dx = \int \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \ln|x-1| - \ln|x+1| + c = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$$

1.  $\int \frac{3x}{x^2+x-2} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln[(x+2)^2|x-1|] + c$   
 B)  $\ln|(x+2)(x-1)| + c$   
 C)  $\ln[|x+2|(x-1)^2] + c$   
 D)  $\ln \left| \frac{2(x+2)}{x-1} \right| + c$   
 E)  $\ln \left| \frac{|x+2|}{(x-1)^2} \right| + c$

2.  $\int \frac{6}{x^2-9} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x^2-9| + c$   
 B)  $\ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$   
 C)  $\ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + c$   
 D)  $\ln \left( \frac{x-3}{x+3} \right)^2 + c$   
 E)  $2 \ln|x^2-9| + c$

3.  $\int \frac{3x+2}{x^2+2x} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2 \ln|x^2+2x| + c$   
 B)  $\ln|x^2+2x| + c$   
 C)  $\ln[|x|(x+2)^2] + c$   
 D)  $\ln \frac{|x|}{(x+2)^2} + c$   
 E)  $\ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + c$

karekök

4.  $\int \frac{4}{4-x^2} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x^2-4| + c$   
 B)  $2 \ln|x^2-4| + c$   
 C)  $2 \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$   
 D)  $\ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$   
 E)  $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$

## köşetaşı

$\int x e^x dx$  integralinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

"Değişken Değiştirme" yöntemiyle alınamayan integrallerde kullanılan bir yöntem de "Kısmi İntegrasyon" yöntemidir. Ancak bu tip integraller karşınıza çok az çıkacaktır.

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Integralin içindeki iki fonksiyondan biri u ya, kalan kısım ise dv ye eşitlenir. Temel soru; Hangisi u ya eşitlenecek? Logaritma, Arc, Polinom, Trigonometrik, Üstel kelimelerinin baş harfleriyle oluşan LAPTÜ kelimesinde hangisi daha solda ise diğer fonksiyona göre u önceliğine sahiptir.

L A P T Ü

↓ ↓  
x e<sup>x</sup>

x polinom tipi e<sup>x</sup> üstel fonksiyon olduğundan kurala göre x, u önceliğine sahiptir.

Türev al ↓ u = x e<sup>x</sup> dx = dv  
du = dx e<sup>x</sup> = v integral al ↓

$$\int x e^x dx = x \cdot e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + c$$

1.  $\int \ln x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x \ln x + c$  B)  $x \ln x + x + c$   
C)  $x \ln x - x + c$  D)  $\ln x + x + c$   
E)  $\ln x - x + c$

2.  $\int 12x \cdot \ln x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3x^2(2 \ln x - 1) + c$   
B)  $3x(2 \ln x - 1) + c$   
C)  $3x(2 \ln x + 1) + c$   
D)  $3x^2(2 \ln x + 1) + c$   
E)  $-3x^2(2 \ln x - 1) + c$

3.  $\int x \cdot \sin x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x \cos x + \sin x + c$   
B)  $-x \cos x + \sin x + c$   
C)  $x \sin x - \cos x + c$   
D)  $x \cos x - \sin x + c$   
E)  $-x \cos x - \sin x + c$

4.  $\int \arctan x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x \cdot \arctan x + \ln(x^2 + 1) + c$   
B)  $x \cdot \arctan x - \ln(x^2 + 1) + c$   
C)  $x \cdot \arctan x - 2 \ln(x^2 + 1) + c$   
D)  $x \cdot \arctan x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$   
E)  $x \cdot \arctan x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$

1.  $\int (2x^2 - 1)^2 \cdot 12x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A)  $(2x^2 - 1)^3 + c$  B)  $(2x^2 - 1)^4 + c$   
C)  $3(2x^2 - 1)^3 + c$  D)  $4(2x^2 - 1)^3 + c$   
E)  $2(2x^2 - 1)^3 + c$

2.  $\int 3 \sin^2 x \cdot \cos x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\cos^3 x + c$  B)  $\cos^3 x + c$   
C)  $-\sin^3 x + c$  D)  $\sin^3 x + c$   
E)  $3 \sin^3 x + c$

3.  $\int 4 \tan x \cdot \sec^2 x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2 \tan^2 x + c$  B)  $-\tan^2 x + c$   
C)  $\tan^2 x + c$  D)  $2 \tan^2 x + c$   
E)  $4 \tan^2 x + c$

4.  $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\sin \sqrt{x} + c$  B)  $\sin \sqrt{x} + c$   
C)  $-\cos \sqrt{x} + c$  D)  $\cos \sqrt{x} + c$   
E)  $2 \sin \sqrt{x} + c$

5.  $\int e^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-e^{\cos^2 x} + c$  B)  $e^{\cos^2 x} + c$   
C)  $-e^{\sin^2 x} + c$  D)  $e^{\sin^2 x} + c$   
E)  $e^{\cos x} + c$

6.  $\int \frac{4x}{x^2 + 1} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln(x^2 + 1) + c$  B)  $-\ln(x^2 + 1) + c$   
C)  $\ln(2x) + c$  D)  $-\ln(2x) + c$   
E)  $2 \ln(x^2 + 1) + c$

7.  $\int \frac{6x}{\sqrt{1-9x^4}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\arccos(3x^2) + c$  B)  $\arccos(3x^2) + c$   
C)  $-\arcsin(3x^2) + c$  D)  $-2\arccos(3x^2) + c$   
E)  $-2\arcsin(3x^2) + c$

8.  $\int \frac{\sec^2 x}{1+\tan^2 x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\arctan x + c$  B)  $\operatorname{arccot} x + c$   
C)  $-\arctan x + c$  D)  $-\operatorname{arccot} x + c$   
E)  $x + c$

9.  $\int 3x^3 d(\ln x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3x^2 + c$  B)  $3x^3 + c$  C)  $x^3 + c$   
D)  $x^2 + c$  E)  $2x^3 + c$

10.  $\int e^{\sqrt{x}} dx$  integralinde  $t = \sqrt{x}$  dönüşümü yapılır-  
sa aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $\int e^t dt$  B)  $\int 2e^t dt$  C)  $\int \frac{e^t}{t} dt$   
D)  $\int e^t dt$  E)  $\int e^t \sqrt{t} dt$

11.  $\int \frac{x}{x+1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x - \ln|x+1| + c$  B)  $x + \ln|x+1| + c$   
C)  $x^2 - \ln|x+1| + c$  D)  $x^2 + \ln|x+1| + c$   
E)  $1 - \ln|x+1| + c$

12.  $\int \frac{3x-2}{x^2-x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln|x^2-x| + c$  B)  $\ln[x^2(x-1)] + c$   
C)  $2\ln|x^2-x| + c$  D)  $\ln[|x|(x-1)^2] + c$   
E)  $\ln[x^2 \cdot (x-1)^2] + c$

13.  $\int x \cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x \cos x - \sin x + c$   
B)  $x \sin x - \cos x + c$   
C)  $x \sin x + \cos x + c$   
D)  $x \cos x - \cos x + c$   
E)  $x \sin x - \sin x + c$

1.  $\int \frac{1}{4\sqrt{x+1}} dx$

integralinin eşiti nedir?

- A)  $\sqrt{x+1} + c$  B)  $2\sqrt{x+1} + c$  C)  $4\sqrt{x+1} + c$   
D)  $8\sqrt{x+1} + c$  E)  $\frac{1}{2}\sqrt{x+1} + c$

2.  $\int \frac{2x^2-2x+1}{x-1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2 + \ln|x-1| + c$  B)  $x^2 - \ln|x-1| + c$   
C)  $x + \ln|x-1| + c$  D)  $x - \ln|x-1| + c$   
E)  $x^2 - 2\ln|x-1| + c$

3.  $\int \frac{x-1}{x^2-2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-2\ln|x^2-2x| + c$  B)  $-\frac{1}{2}\ln|x^2-x| + c$   
C)  $\frac{1}{2}\ln|x^2-2x| + c$  D)  $2\ln|x^2-x| + c$   
E)  $\ln|x^2-2x| + c$

4.  $\int 3(1-\sin^2 x) \cos x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3\sin x + \sin^3 x + c$   
B)  $3\sin x - \sin^3 x + c$   
C)  $3\cos x + \cos^3 x + c$   
D)  $3\cos x - \cos^3 x + c$   
E)  $3\sin x - \cos^3 x + c$

5.  $\int \cos x \cdot \sec^3 x dx$

integralinin eşiti nedir?

- A)  $\tan x + c$  B)  $\operatorname{cosec} x + c$   
C)  $-\sec x + c$  D)  $-\operatorname{cosec} x + c$   
E)  $\tan^2 x + c$

6.  $\int \frac{3\ln^2 x}{x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3\ln^2 x + c$  B)  $\ln^2 x + c$   
C)  $x\ln^2 x + c$  D)  $3\ln^3 x + c$   
E)  $\ln^3 x + c$

7. Aşağıdaki integralerden hangisinin sonucunu bulmak için "kısmi integrasyon" yöntemi uygulanmalıdır?

- A)  $\int (x^2+1)^3 x dx$  B)  $\int \cos^4 x \sin x dx$   
C)  $\int e^{\tan x} \cdot \sec^2 x dx$  D)  $\int x \arcsin x dx$   
E)  $\int \sqrt{x+2} dx$

8.  $\int \frac{4}{1+4x^2} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\arctan 2x + c$   
B)  $2\arctan 2x + c$   
C)  $\operatorname{arccot} 2x + c$   
D)  $2\operatorname{arccot} 2x + c$   
E)  $\ln(1+4x^2) + c$



9.  $\int \frac{\sin x}{2\sqrt{1+\cos x}} dx$   
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
A)  $-\sqrt{1+\cos x} + c$  B)  $\sqrt{1+\cos x} + c$   
C)  $-\cos \frac{x}{2} + c$  D)  $\cos \frac{x}{2} + c$   
E)  $-\sqrt{1+\sin x} + c$

10.  $\int \frac{3(\sqrt{x}+1)^2}{2\sqrt{x}} dx$   
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
A)  $(\sqrt{x}+1)^2 + c$  B)  $3(\sqrt{x}+1)^2 + c$   
C)  $(\sqrt{x}+1)^3 + c$  D)  $3(\sqrt{x}+1)^3 + c$   
E)  $3(\sqrt{x}-1)^2 + c$

11.  $\int \frac{1}{\tan x} dx$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\ln|\cos x| + c$  B)  $\ln|\sin x| + c$   
C)  $\ln|\tan x| + c$  D)  $\ln|\cot x| + c$   
E)  $\tan x + c$

12.  $f(x) = \frac{x+1}{2}$  olduğuna göre  $\int d(f^{-1}(x))$  integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?  
A)  $x^2 + c$  B)  $2x^2 + c$   
C)  $\frac{x}{2} + c$  D)  $x + c$   
E)  $2x + c$

13.  $\int e^{x^2+2x} \cdot 2x dx + \int 2e^{x^2+2x} dx$   
integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
A)  $xe^{x^2+2x} + c$  B)  $(x+2)e^{x^2+x} + c$   
C)  $e^{x^2+2x} + c$  D)  $e^{2(x^2+x)} + c$   
E)  $e^{(x^2+2x)^2} + c$

14.  $\int (e^{2x} - e^x) dx$   
integralinde  $e^x = t$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?  
A)  $\int (t^2 - t) dt$  B)  $\int (t-1) dt$   
C)  $\int (t^3 + t^2) dt$  D)  $\int (t^2 + 1) dt$   
E)  $\int (t+1) dt$

15.  $\int 3(\tan^4 x + \tan^2 x) dx$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\tan^3 x + c$  B)  $3\tan^3 x + c$   
C)  $\tan^2 x + c$  D)  $3\tan^2 x + c$   
E)  $3\tan x + c$

16.  $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) \sin 2x dx$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $-\frac{1}{2}\sin^2 2x + c$  B)  $\frac{1}{4}\sin^2 2x + c$   
C)  $\frac{1}{2}\cos^2 2x + c$  D)  $\frac{1}{4}\cos^2 2x + c$   
E)  $\frac{1}{2}\sin^2 x + c$

karekök

1.  $x+1 = u$  ise  $dx = du$   
 $\int \frac{1}{4\sqrt{u}} du = \int \frac{1}{4} u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{1}{4} \cdot \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \frac{1}{2} \sqrt{u} + c$   
 $= \frac{1}{2} \sqrt{x+1} + c$   
Doğru seçenek "E" dir.

2.  $\int \frac{2x^2 - 2x + 1}{x-1} dx = \int \left( \frac{2x(x-1)}{x-1} + \frac{1}{x-1} \right) dx$   
 $= \int \left( 2x + \frac{1}{x-1} \right) dx$   
 $= x^2 + \ln|x-1| + c$   
Doğru seçenek "A" dir.

3.  $x^2 - 2x = u$  ise  $(2x-2) dx = du$   
 $(x-1) dx = \frac{du}{2}$   
 $\int \frac{(x-1)}{x^2 - 2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln|u| + c$   
 $= \frac{1}{2} \ln|x^2 - 2x| + c$   
Doğru seçenek "C" dir.

4.  $\sin x = u$  ise  $\cos x dx = du$   
 $\int 3(1 - \sin^2 x) \cos x dx = \int 3(1 - u^2) du$   
 $= \int (3 - 3u^2) dx$   
 $= 3u - u^3 + c$   
 $= 3\sin x - \sin^3 x + c$   
Doğru seçenek "B" dir.

5.  $\int \cos x \cdot \frac{1}{\cos^3 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx$   
 $= \int \sec^2 x dx$   
 $= \tan x + c$

Doğru seçenek "A" dir.

6.  $\ln x = u$  ise  $\frac{1}{x} dx = du$   
 $\int \frac{3\ln^2 x}{x} dx = \int 3(\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} dx$   
 $= \int 3u^2 du$   
 $= u^3 + c$   
 $= \ln^3 x + c$

Doğru seçenek "E" dir.

7.  $\int x \arcsin x dx$  integrali  
 $u = \arcsin x$  ve  $x dx = du$   
dönüşümü yapılarak kısmi integrasyon ile alınabilir.  
Doğru seçenek "D" dir.

8.  $2x = u$  ise  $2 dx = du$   
 $4 dx = 2 du$   
 $\int \frac{4}{1+4x^2} dx = \int \frac{1}{1+(2x)^2} \cdot 4 dx = \int \frac{1}{1+u^2} \cdot 2 du$   
 $= 2 \arctan u + c$   
 $= 2 \arctan 2x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

karekök

9.  $1 + \cos x = u$  ise  $-\sin x dx = du$   
 $\sin x dx = -du$   
 $\int \frac{-du}{2\sqrt{u}} = -\sqrt{u} + c = -\sqrt{1 + \cos x} + c$   
 Doğru seçenek "A" dir.

10.  $\sqrt{x} + 1 = u$  ise  $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du$   
 $\int \frac{3(\sqrt{x} + 1)^2}{2\sqrt{x}} dx = \int 3u^2 du = u^3 + c$   
 $= (\sqrt{x} + 1)^3 + c$   
 Doğru seçenek "C" dir.

11.  $\int \frac{1}{\tan x} dx = \int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$  olur.  
 $\sin x = u$  ise  $\cos x dx = du$   
 $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$   
 $= \ln|\sin x| + c$   
 Doğru seçenek "B" dir.

12.  $\int d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) + c$   
 $f(x)$  in ters fonksiyonu  $f^{-1} = 2x - 1$  olduğu için integralin sonucu  $2x + c$  olur.  
 Doğru seçenek "E" dir.

13.  $\int e^{x^2+2x} \cdot 2x dx + \int 2e^{x^2+2x} dx$   
 $= \int (e^{x^2+2x} \cdot 2x + 2e^{x^2+2x}) dx$   
 $= \int e^{x^2+2x} \cdot (2x + 2) dx$  integralinde  
 $x^2 + 2x = u$  ve  $(2x + 2) dx = du$  yazılırsa  
 $\int e^u du = e^u + c = e^{x^2+2x} + c$   
 Doğru seçenek "C" dir.

14.  $e^x = t$  ise  $e^x dx = dt$   
 $\int (e^{2x} - e^x) dx = \int (e^x - 1) e^x dx$   
 $= \int (t - 1) dt$   
 Doğru seçenek "B" dir.

15.  $\int 3(\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \int 3 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) dx$   
 integralinde  $\tan x = u$  ve  $(1 + \tan^2 x) dx = du$  yazılırsa,  
 $\int 3u^2 du = u^3 + c = \tan^3 x + c$  bulunur.  
 Doğru seçenek "A" dir.

16.  $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) \sin 2x dx$   
 $= \int \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x} \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \sin 2x dx$   
 $= \int \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot dx$   
 $\sin 2x = u$  ve  $2 \cos 2x dx = du$  dönüşümü ile  
 $\frac{1}{2} \int u du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2} + c = \frac{1}{4} \sin^2 2x + c$  bulunur.  
 Doğru seçenek "B" dir.

1.  $\int \sin(e^x) \cdot e^x dx$   
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $-\sin(e^x) + c$  B)  $\sin(e^x) + c$   
 C)  $-\cos(e^x) + c$  D)  $\cos(e^x) + c$   
 E)  $-e^x \cos(e^x) + c$

2.  $\int 2f''(x) \cdot f'(x) dx$   
 aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
 A)  $[f'''(x)]^2 + c$  B)  $[f'(x)]^2 + c$   
 C)  $[f(x)]^2 + c$  D)  $2[f''(x)]^2 + c$   
 E)  $2[f'(x)]^2 + c$

3.  $\int -\sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x dx$   
 aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
 A)  $\cos(\sin^2 x) + c$  B)  $\cos(\cos^2 x) + c$   
 C)  $-\cos(\sin^2 x) + c$  D)  $\sin(\sin^2 x) + c$   
 E)  $-\sin(\sin^2 x) + c$

4.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$  integralinde  $t = \sqrt{x}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?  
 A)  $\int \frac{2t}{t+1} dt$  B)  $\int \frac{t}{t+1} dt$  C)  $\int \frac{2t^2}{t+1} dt$   
 D)  $\int \frac{t^2}{t+1} dt$  E)  $\int \frac{2t^2}{t^2+1} dt$

5.  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$   
 integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $x^2 + c$  B)  $2\sqrt{x^2+1} + c$   
 C)  $4\sqrt{x^2+1} + c$  D)  $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + c$   
 E)  $\sqrt{x^2+1} + c$

6.  $\int e^{\cos x} \sin x dx$   
 integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $e^{\sin x} \cdot \cos x + c$  B)  $e^{-\sin x} \cdot \cos x + c$   
 C)  $e^{\cos x} + c$  D)  $-e^{\cos x} + c$   
 E)  $-e^{\sin x} + c$

7.  $\int (x^2 + 4x)^3 \cdot (8x + 16) dx$   
 aşağıdakilerden hangisine eşittir?  
 A)  $(x^2 + 4x)^4 + c$  B)  $\frac{1}{4}(x^2 + 4x)^4 + c$   
 C)  $\frac{1}{2}(x^2 + 4x)^4 + c$  D)  $2(x^2 + 4x)^4 + c$   
 E)  $4(x^2 + 4x)^4 + c$

8.  $\int e^x \cos x dx$   
 integralinde aşağıdaki dönüşümlerden hangisi yapılırsa sonucu bulunabilir?  
 A)  $u = e^x$  ve  $\cos x dx = dv$   
 B)  $u = \cos x$  ve  $\sin x dx = dv$   
 C)  $u = \cos x$  ve  $e^x dx = dv$   
 D)  $u = \sin x$  ve  $e^x dx = dv$   
 E)  $u = e^x$  ve  $\sin x dx = dv$

9.  $\int \frac{e^x + 1}{e^x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + e^x + c$  B)  $e^x - x + c$   
C)  $x + e^{-x} + c$  D)  $x - e^{-x} + c$   
E)  $e^{-x} - x + c$

10.  $\int \frac{e^{\arctan x}}{1+x^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $e^{\tan x} + c$  B)  $\arctan x + c$   
C)  $e^{\arctan x} + c$  D)  $-e^{\arccot x} + c$   
E)  $e^{\arccot x} + c$

11.  $\int \ln(\ln x) dx$  integralinde  $\ln x = u$  dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A)  $\int e^u \ln u du$  B)  $\int e^u du$  C)  $\int \ln u du$   
D)  $\int u du$  E)  $\int u \ln u du$

12.  $\int \frac{\sin x}{1 + \cos 2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{2\cos x} + c$  B)  $\frac{1}{2\cos x} + c$   
C)  $-\frac{1}{\cos x} + c$  D)  $\frac{1}{2\sin x} + c$   
E)  $-\frac{1}{2\sin x} + c$

13.  $\int \frac{4\cot x}{1 - \cos 2x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\cot^2 x + c$  B)  $\cot^2 x + c$   
C)  $-\tan^2 x + c$  D)  $\tan^2 x + c$   
E)  $-2\cot^2 x + c$

14.  $\int \left( \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) (x+1)^2 dx$

integralinin eşiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left( \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^2 + c$  B)  $\left( \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^3 + c$   
C)  $2 \left( \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^2 + c$  D)  $\frac{1}{2} \left( \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^2 + c$   
E)  $\frac{1}{2} \left( \frac{x^3}{3} + x^2 + x \right)^3 + c$

15.  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\sqrt{1-x^2} + c$  B)  $-\sqrt{x^2-1} + c$   
C)  $2\arcsin x + c$  D)  $2\arccos x + c$   
E)  $-2\sqrt{1-x^2} + c$

16.  $\int \frac{e^{-x}}{1+e^{-2x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\operatorname{arccot}(e^{-x}) + c$  B)  $\arctan(e^{-x}) + c$   
C)  $\ln(1+e^{-x}) + c$  D)  $\ln(1+e^{-2x}) + c$   
E)  $e^x - e^{-x} + c$

1.  $\int 3(x^2 - 3x + 1)^2 (2x - 3) dx$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $6(x^2 - 3x + 1)(2x - 3)^2 + c$   
B)  $6(x^2 - 3x + 1)(2x - 3) + c$   
C)  $(x^2 - 3x + 1)^3 + c$   
D)  $(x^2 - 3x + 1)^2 (x^2 - 3x) + c$   
E)  $3(x^2 - 3x + 1)^2 + c$

(1967)

2.  $\int \sin x \cos x dx$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{\cos 2x}{4} + c$  B)  $\frac{1}{2} \sin 2x + c$  C)  $\frac{1}{2} \sin^2 x + c$   
D)  $\frac{1}{2} \cos 2x + c$  E)  $\frac{1}{2} \cos^2 x + c$

(1973)

3.  $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$

aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$  B)  $\frac{x}{x^2-1} + c$   
C)  $\frac{x^3 - x}{3} + c$  D)  $\ln \left| \frac{1}{x^2-1} \right| + c$   
E)  $\ln \left| \frac{x+1}{x^2-1} \right| + c$

(1974)

4.  $\int \sin^2 x \cos x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\sin^4 x}{4} + c$  B)  $\frac{\sin^3 x}{3} + c$  C)  $\frac{\cos^3 x}{3} + c$   
D)  $\frac{\sin 3x}{3} + c$  E)  $\frac{\sin^3 x \cos^2 x}{6} + c$

(1974)

5.  $\int f(x) \cdot f'(x) dx$

integrali alındığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A)  $\frac{1}{2} [f(x)]^2 + c$  B)  $\ln |f(x)| + c$  C)  $e^{f(x)} + c$   
D)  $\frac{1}{f(x)} + c$  E)  $\sqrt{f(x)} + c$

(ÖYS 1987)

6.  $\int -\cos(\cos^2 x) \sin 2x dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sin(\cos x) + c$  B)  $\cos(\sin x) + c$   
C)  $\cos(\sin^2 x) + c$  D)  $\sin(\cos^2 x) + c$   
E)  $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

(ÖYS 1992)

7.  $\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx$  integralinde  $u = \sqrt{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$  B)  $\int \frac{1+u}{1-u} du$   
C)  $\frac{1}{2} \int \frac{1+u}{1-u} du$  D)  $2 \int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}} du$   
E)  $2 \int \frac{u(1+u)}{1-u} du$

(ÖYS 1994)

8.  $\int \frac{x+3}{x^2-9x+14} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\ln|x-2| + \ln|x+5| + c$   
B)  $2\ln|x-2| + 2\ln|x+5| + c$   
C)  $2\ln|x-7| - \ln|x-2| + c$   
D)  $\ln|x-1| - 2\ln|x+3| + c$   
E)  $5\ln|x-7| + 3\ln|x-2| + c$

(ÖYS 1995)

9.  $\int \frac{5x^2}{4\sqrt{x^3+2}} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{20}{9} 4\sqrt{(x^3+2)^3} + c$  B)  $\frac{5}{3} 4\sqrt{(x^3+2)^3} + c$   
C)  $\frac{4}{3} 4\sqrt{(x^3+2)^3} + c$  D)  $-\frac{5}{3} 4\sqrt{(x^3+2)^3} + c$   
E)  $-\frac{20}{9} 4\sqrt{(x^3+2)^3} + c$

(ÖYS 1997)

10.  $\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$   
B)  $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$   
C)  $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$   
D)  $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$   
E)  $5\ln|x^2-4| + c$

(ÖYS 1998)

karekök

11.  $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$  integralinde  $u = \sqrt{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int \ln u du$  B)  $\int 2\ln u du$  C)  $\int \frac{\ln u}{u} du$   
D)  $\int \frac{\ln u}{2u} du$  E)  $\int u \ln u du$

(LYS 2011)

## BÖLÜM 3

### Belirli İntegral

#### KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Belirli integralin değerini hesaplar.
2. Sonucu bilinen belirli integralin bilinmeyen sınır değerini bulur.
3. Değişken değiştirme yaparak belirli integralin değerini hesaplar.
4. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle belirli integralin değerini hesaplar.
5. Kısmi integrasyon yöntemiyle belirli integralin değerini hesaplar.
6. İstenen dönüşümü yaparak belirli integralin eşitini bulur.
7. Belirli integral hesabında sınırla ilgili özellikleri kullanır.
8. Parçalı fonksiyonlar için belirli integral hesaplar.
9. Mutlak değer fonksiyonu için integral hesaplar.
10. Diferansiyel içeren belirli integrallerin sonucunu bulur.
11. Belirli integralin türevini alır.

## köşetaşı

$$\int_{-1}^1 (3x^2 - 4x) dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

## açıklamalı çözüm

Bu bölümde ikinci bölümde öğrendiğimiz integral alma yöntemlerini kullanarak integral hesabı yapacağız. İlaveten bir kaç özellik daha öğreneceğiz.

$$\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$$

işlemine "Belirli İntegral Alma" denir. a; integralin alt sınırı b; integralin üst sınırı

i) Öncelikle 1. ve 2. bölümde öğrendiğimiz gibi integral alınır.

$$\int (3x^2 - 4x) dx = x^3 - 2x^2 + c$$

ii) Bulunan sonuçta x yerine önce üst sınır (1) sonra alt sınır (-1) yazılır ve farkları hesaplanır.

İntegral sabiti (c) bu işlemde sıfırlanacağı için hesaba katılmaz.

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \text{ için } x^3 - 2x^2 = 1 - 2 = -1 \\ x=-1 \text{ için } x^3 - 2x^2 = -1 - 2 = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow (-1) - (-3) = 2$$

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \int_0^{\ln 2} 4 \cdot e^{2x} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$2. \int_0^{e-1} \frac{2}{x+1} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$4. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\pi$  B)  $-\frac{\pi}{2}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

## köşetaşı

$$\int_0^k (4x^3 - 3x^2) dx = k^3 \text{ eşitliğini sağlayan k'nın pozitif değeri kaçtır?}$$

## açıklamalı çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^k (4x^3 - 3x^2) dx &= x^4 - x^3 \Big|_0^k \\ &= (k^4 - k^3) - 0 \\ &= k^4 - k^3 \end{aligned}$$

Şimdi bulduğumuz bu sonucu integralin sonucu  $k^3$  değerine eşitleyelim.

$$\begin{aligned} k^4 - k^3 &= k^3 \Rightarrow k^4 = 2k^3 \\ \Rightarrow k &= 2 \end{aligned}$$

$$1. \int_0^a (3x^2 + 2x) dx = 2a$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \int_2^k \frac{1}{t} dt = \ln 3$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$2. \int_0^a (\cos x - \sin x) dx = -1 + \sin a$$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\frac{3\pi}{4}$  E)  $\pi$

$$4. \int_{\ln a}^{\ln b} e^x dx = 4 \text{ ve } b+a=3$$

olduğuna göre,  $a^2 - b^2$  kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 1 D) 6 E) 12

## köşetaşı

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \sin^2 x \cos x \, dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

## açıklamalı çözüm

"Değişken Değiştirme Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$$

$$\int 3 \sin^2 x \cos x \, dx = \int 3 u^2 \, du = u^3 + c = \sin^3 x + c$$

Şimdi sınır değerlerini x yerine yazalım, integral sabiti c yi hesaba katmanıza gerek yoktur.

$$\sin^3 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin^3 \frac{\pi}{2} - \sin^3 0 = 1 - 0 = 1$$

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos^2 x \cdot \sin x \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3. \int_0^{\sqrt{\ln 2}} 4x e^{(x^2)} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$2. \int_1^e \frac{\ln x^2}{x} \, dx$$

integralinin değeri kaç eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$4. \int_1^2 6(x^2 - 4x + 1)^2 \cdot (x - 2) \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -25 B) -19 C) 0 D) 19 E) 25

## köşetaşı

$$\int_0^2 \frac{2}{x^2 - 1} \, dx \text{ integralinin değeri kaçtır?}$$

## açıklamalı çözüm

"Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$$\frac{2}{x^2 - 1} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 1}$$

$$2 = a(x + 1) + b(x - 1)$$

$$x = 1 \text{ için } a = 1$$

$$x = -1 \text{ için } b = -1 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 \frac{2}{x^2 - 1} \, dx &= \int_0^2 \left( \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1} \right) \, dx = (\ln |x - 1| - \ln |x + 1|) \Big|_0^2 \\ &= (\ln 1 - \ln 3) - (\ln 1 - \ln 1) \\ &= \ln \frac{1}{3} = -\ln 3 \end{aligned}$$

$$1. \int_0^1 \frac{4}{4 - x^2} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -ln3 B) -ln2 C) 0  
D) ln2 E) ln3

$$3. \int_1^2 \frac{2x + 1}{x(x + 1)} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) ln2 C) ln3  
D) ln4 E) ln6

$$2. \int_2^4 \frac{1}{x(x - 1)} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B)  $\ln \frac{2}{3}$  C)  $\ln \frac{3}{2}$   
D) 1 E)  $\ln \frac{4}{3}$

$$4. \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \, dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2} - \ln 3$  B)  $\frac{1}{2} + \ln 3$  C)  $1 - \ln 3$   
D)  $1 + \ln 3$  E)  $\ln 3$



## köşetaşı

$\int_e^1 \ln x \, dx$  integralinin değeri kaçtır?

## açıklamalı çözüm

"Kismi İntegrasyon Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$$\begin{array}{lcl} \ln x = u & & dx = dv \\ \frac{1}{x} dx = du & \swarrow & x = v \end{array}$$

$$\begin{aligned} \int u \, dv &= u \cdot v - \int v \, du = x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} \, dx \\ &= x \ln x - x + c \end{aligned}$$

Şimdi sınır değerlerini x yerine yazalım.

$$x \ln x - x \Big|_e^1 = (1 \cdot \ln 1 - 1) - (e \cdot \ln e - e) = (0 - 1) - (e - e) = -1$$

1.  $\int_1^e 4x \ln x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $e^2 - 1$  B) 1 C)  $e^2$   
D)  $e^2 + 1$  E)  $e^2 - 2$

2.  $\int_1^0 x e^x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\pi$  B)  $-\frac{\pi}{2}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

4.  $\int_{-1}^1 \arctan x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\pi$  B)  $-\frac{\pi}{2}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

## köşetaşı

$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$  integralinde  $x = \cos t$  dönüşümü yaparak integralin eşitini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

$$x = \cos t \Rightarrow dx = -\sin t \, dt$$

Şimdi sınırları değiştirelim.

$$x_1 = 0 \Rightarrow 0 = \cos t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2} \text{ (alt sınır)}$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow 1 = \cos t_2 \Rightarrow t_2 = 0 \text{ (üst sınır)}$$

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{1-\cos^2 t} \cdot (-\sin t) \, dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin t \cdot (-\sin t) \, dt = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin^2 t \, dt$$

1 - 4. sorularda integrallerin yanlarında verilen dönüşümleri kullanarak eşitlerini yazınız.

1.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} \, dx = ? \quad (x = 2 \sin t)$

- A)  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t \, dt$  B)  $\int_0^{\pi/2} 2 \cos^2 t \, dt$   
C)  $\int_0^{\pi/2} 4 \cos^2 t \, dt$  D)  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 t \, dt$   
E)  $\int_0^{\pi/2} 4 \sin^2 t \, dt$

2.  $\int_1^9 e^{\sqrt{x}} \, dx = ? \quad (\sqrt{x} = t)$

- A)  $\int_1^3 e^t \, dt$  B)  $\int_1^3 t e^t \, dt$  C)  $\int_3^1 t e^t \, dt$   
D)  $\int_3^1 2t e^t \, dt$  E)  $\int_1^3 2t e^t \, dt$

3.  $\int_0^{64} (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) \, dx = ? \quad (x = t^6)$

- A)  $\int_0^2 (t^3 - t^2) \, dt$  B)  $\int_0^2 (t^5 - t^4) \, dt$   
C)  $\int_0^2 (t^8 - t^7) \, dt$  D)  $\int_0^2 6(t^8 - t^7) \, dt$   
E)  $\int_2^0 6(t^8 - t^7) \, dt$

4.  $\int_3^0 \sqrt{9+x^2} \, dx = ? \quad (x = 3 \tan t)$

- A)  $\int_{\pi/4}^0 9 \sec^3 t \, dt$  B)  $\int_0^{\pi/4} 9 \sec^3 t \, dt$   
C)  $\int_0^{\pi/4} \sec^3 t \, dt$  D)  $\int_{\pi/4}^0 9 \sec^4 t \, dt$   
E)  $\int_{\pi/4}^{\pi} 9 \sec^3 t \, dt$

## köşetaşı

$$\int_1^3 f(x) dx = 4 \quad \text{ve} \quad \int_3^2 f(x) dx = -2$$

olduğuna göre,  $\int_2^1 f(x) dx$  kaç eştir?

## açıklamalı çözüm

$$1) \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

özelliklerinden yararlanırsak

$$\int_1^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx = 4 + (-2) = 2$$

$$2) \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

özellik kullanıldığında ise

$$\int_2^1 f(x) dx = -\int_1^2 f(x) dx = -2$$

AYRICA

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

Integralin sınırları birbirine eşitse sonucu sıfırdır.

$$1. \int_5^8 \frac{3x}{\sqrt{x-4}} dx = 38$$

olduğuna göre,  $\int_8^5 \frac{3x}{\sqrt{x-4}} dx$  değeri kaçtır?

- A) -38 B) -20 C) 0 D) 20 E) 38

$$3. \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_1^3 2x dx$$

olduğuna göre,  $\int_3^1 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) 0 D) 6 E) 8

$$2. \int_1^2 \ln x dx + \int_2^1 \ln x dx$$

değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$4. \int_0^{\pi} \cos^2 x dx - \int_{\pi}^0 \sin^2 x dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-\pi$  B) -1 C) 0 D) 1 E)  $\pi$

## köşetaşı

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 3x^2, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$f(x)$  in kritik değeri  $x = 0$  olduğundan integrali bu değere göre iki parça halinde yazalım.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 f(x) dx &= \int_{-1}^0 3x^2 dx + \int_0^1 2x dx \\ &= x^3 \Big|_{-1}^0 + x^2 \Big|_0^1 \\ &= 0 - (-1) + 1 - 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$1. f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 4, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ \cos x, & x \geq 0 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx + \int_{\pi}^{2\pi} f(x) dx$  toplamının değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$2. f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x < 1 \\ 3x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_0^2 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$4. f(x) = \begin{cases} 2, & x < -2 \\ 2x, & x \geq -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -2x^2, & x \geq -1 \\ 1, & x < -1 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_{-2}^0 f(x) \cdot g(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

## köşetaşı

$\int_0^4 |2x-4| dx$  integralinin değeri kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$$2x-4=0 \Rightarrow x=2 \text{ (kritik değer)}$$

$$\text{i) } x \geq 2 \text{ ise } |2x-4| = 2x-4$$

$$\text{ii) } x < 2 \text{ ise } |2x-4| = -2x+4$$

Köşetaşındaki integralin sınırlarını bir önceki köşetaşında olduğu gibi parçalayalım.

$$\begin{aligned} \int_0^4 |2x-4| dx &= \int_0^2 (-2x+4) dx + \int_2^4 (2x-4) dx \\ &= (-x^2+4x) \Big|_0^2 + (x^2-4x) \Big|_2^4 \\ &= (-4+8) - 0 + (16-16) - (4-8) \\ &= 8 \end{aligned}$$

1.  $\int_{-2}^2 |4x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2    B) 4    C) 8    D) 16    E) 32

3.  $\int_{-2}^0 (|x+2| - |x-2|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4    B) -2    C) -1    D) 1    E) 2

2.  $\int_0^1 |3-3x^2| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

4.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1    B)  $-\frac{1}{2}$     C) 0    D)  $\frac{1}{2}$     E) 1

## köşetaşı

1.  $\int_0^3 d(x^2+3)$

2.  $\int_1^e \frac{d(x^2)}{x^2}$

integrallerinin değeri kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$$\int_a^b d(f(x)) = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$$

1.  $\int_0^3 d(\underbrace{x^2+3}_u) = (\underbrace{x^2+3}_u) \Big|_0^3 = (9+3) - (0+3) = 9$

2.  $x^2 = u$  alınırsa;

$$\int \frac{d(x^2)}{x^2} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$\int_1^e \frac{d(x^2)}{x^2} = \ln x^2 \Big|_1^e = \ln e^2 - \ln 1^2 = 2 - 0 = 2$$

## HATIRLATMA

$$d(f(x)) = f'(x) dx$$

Örneğin;

$$d(x^2) = 2x \cdot dx$$

1.  $\int_1^4 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

3.  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

olduğuna göre,  $\int_0^{-2} d(f^{-1}(x))$  değeri kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

2.  $\int_1^e d(\ln x)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

4.  $\int_1^4 \frac{d(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0    B)  $\ln 2$     C) 1    D)  $\ln 4$     E) 2

## köşetaşı

1.  $\frac{d}{dx} \int_{-1}^4 e^t \cos t \, dt$

2.  $\frac{d}{dx} \int_{3x}^{2x} e^t \cos t \, dt$

türevlerinin eşiti nedir?

## açıklamalı çözüm

1. Belirli integralin sınır değerleri sabit sayı ya da türev alınan değişkenden farklı olursa sonuç sıfırdır.

$$\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) \, dx = 0$$

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^4 e^t \cos t \, dt = 0$$

2. Integralin sınırları x e bağlı olduğunda aşağıdaki kural uygulanarak türev alınır.

$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) \, dt = v'(x) \cdot f(v(x)) - u'(x) \cdot f(u(x))$$

$$\frac{d}{dx} \int_{3x}^{2x} e^t \cos t \, dt = (2x)' f(2x) - (3x)' f(3x) = 2 \cdot e^{2x} \cdot \cos 2x - 3 \cdot e^{3x} \cdot \cos 3x$$

1.  $f(x) = \int_1^2 x \sin x \, dx$

olduğuna göre,  $f'(x)$  kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3.  $\frac{d}{dt} \int_t^1 \sin^2 x \, dx$

türevinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $-\cos^2 t$
- B)
- $-\cos^2 x$
- C)
- $-\sin^2 t$
- 
- D)
- $-\sin^2 x$
- E) 0

2.  $y = f(x) = \int_1^{2x} \ln t \, dt$

olduğuna göre,  $\frac{dy}{dx}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\ln 2x$
- B)
- $\ln 4x$
- C)
- $\ln 4x^2$
- 
- D)
- $\ln 2$
- E)
- $\ln 4$

4.  $f(x) = \int_1^x e^t \cdot t \, dt$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1.  $\int_0^1 x(3x - 4x^2) \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4.  $\int_0^1 \frac{4}{4x^2 - 1} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)
- $-\ln 3$
- B)
- $-\ln 2$
- C) 0 D)
- $\ln 2$
- E)
- $\ln 3$

2.  $\int_2^b \frac{1}{x} \, dx = \ln \frac{2}{b}$

olduğuna göre, b kaç eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

5.  $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)
- $-2\pi$
- B)
- $-\pi$
- C) 0 D)
- $\pi$
- E)
- $2\pi$

karekök

6.  $\int_2^0 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} \, dx$

integrali  $x = 2 \tan t$  dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A)  $\int_2^0 \sec t \, dt$

B)  $\int_0^{\pi/4} \sec t \, dt$

C)  $\int_{\pi/4}^0 \sec t \, dt$

D)  $\int_{\pi/4}^0 2 \sec t \, dt$

E)  $\int_{\pi/4}^0 2 \sec^2 t \, dt$

3.  $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B)
- $\ln 2$
- C)
- $\ln 3$
- D) 1 E)
- $\ln 4$

7.  $\int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_5^1 (4x - x^3) dx$

olduğuna göre,  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $4x - x^3$  B)  $4x - x^3 + c$   
C)  $x^3 - 4x$  D)  $x^3 - 4x + 2$   
E)  $4 - 3x^2$

8.  $f(x) = \begin{cases} 4(x-1)^3, & x \geq 1 \\ 3(x+1)^2, & x < 1 \end{cases}$

olduğuna göre,  $\int_0^2 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

9.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x - \sin x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\sqrt{2}$  B)  $2\sqrt{2}$  C)  $2\sqrt{2} - 2$   
D)  $\sqrt{2} + 1$  E)  $2\sqrt{2} + 2$

10.  $\int_1^2 x d(\ln x)$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11.  $\frac{d}{dx} \int_1^{x^3} f(t) dt = x^4 + 5$

olduğuna göre,  $f(1)$  kaç eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

kareköt

1.  $\int_0^{\pi} e^{\sin x} \cos x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 x \sin 2x dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3.  $\left( \int_0^a 2x dx \right)^2 = \int_0^a 3x^2 dx$

olduğuna göre,  $a$  nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.  $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt$

olduğuna göre,  $f'(\sqrt{3})$  değeri kaçtır?

- A) 1 B)  $\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{3}$  D) 2 E)  $\sqrt{5}$

5.  $\int_{-1}^1 (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

6.  $\int_1^e \frac{x+1}{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -e B) -1 C) 0 D) 1 E) e

kareköt

7.  $f^{-1}(x) = \ln x$

olduğuna göre,  $\int_{\ln 2}^{\ln 5} df(x)$  integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1+4x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{\pi}{2}$  B)  $-\frac{\pi}{4}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{4}$  E)  $\frac{\pi}{2}$

9.  $\int_1^2 |x| \cdot |3x-2| dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10.  $\int_0^a (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \frac{\cos a}{2}$   
eşitliğini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 0 B)  $\frac{\pi}{6}$  C)  $\frac{\pi}{4}$  D)  $\frac{\pi}{3}$  E)  $\frac{2\pi}{3}$

11.  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$  ve  $\int_{-1}^5 f(x) dx = 6$   
olduğuna göre,  $\int_5^2 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?  
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12.  $\int_0^\pi \cos(\sin x) \cdot \cos x dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

13.  $f(a) - f(b) = 4$   
olduğuna göre,  $\int_a^b f'(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?  
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

14.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos x)}{\cos x}$   
integralinin değeri kaçtır?  
A)  $-\ln 2$  B)  $-1$  C) 0  
D) 1 E)  $\ln 2$

15.  $\int_0^{-1} x \cdot e^{-x} dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

16.  $\int_0^{\frac{1}{6}} \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} dx$   
integralinin değeri kaçtır?  
A) 0 B)  $\frac{\pi}{6}$  C)  $\frac{\pi}{4}$  D)  $\frac{\pi}{3}$  E)  $\frac{\pi}{2}$

kareköt

1.  $\sin x = u$  ise  $\cos x dx = du$   
 $\int_0^\pi e^{\sin x} \cos x dx = \int_{u_1}^{u_2} e^u du = e^{\sin x} \Big|_0^\pi$   
 $= e^{\sin \pi} - e^{\sin 0}$   
 $= 1 - 1 = 0$

Doğru seçenek "A" dır.

2.  $\sin^2 x = u$  ise  $2 \sin x \cos x dx = du$   
 $\sin 2x dx = du$   
 $\int_0^{\pi/2} 2 \sin^2 x \sin x dx = \int_{u_1}^{u_2} 2 u du = u^2 \Big|_{u_1}^{u_2}$   
 $= \sin^4 x \Big|_0^{\pi/2}$   
 $= \sin^4 \frac{\pi}{2} - \sin^4 0$   
 $= 1 - 0 = 1$

Doğru seçenek "B" dir.

3.  $\left( \int_0^a 2x dx \right)^2 = \int_0^a 3x^2 dx$   
 $\left( x^2 \Big|_0^a \right)^2 = x^3 \Big|_0^a$   
 $(a^2 - 0^2)^2 = a^3 - 0^3$   
 $a^4 = a^3$  ise  $a = 0$  ya da  $a = 1$   
Doğru seçenek "A" dır.

4.  $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt$   
 $f'(x) = 1 \cdot \sqrt{1+x^2} - 0 = \sqrt{1+x^2}$   
 $f'(\sqrt{3}) = \sqrt{1+(\sqrt{3})^2} = 2$   
Doğru seçenek "D" dir.

5.  $\int_{-1}^1 (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) dx = \int_{-1}^1 (4x - 1) dx$   
 $= 2x^2 - x \Big|_{-1}^1$   
 $= (2 - 1) - (2 + 1)$   
 $= -2$

Doğru seçenek "B" dir.

6.  $\int_1^e \frac{x+1}{x} dx = \int_1^e \left( 1 + \frac{1}{x} \right) dx = x + \ln|x| \Big|_1^e$   
 $= (e + \ln e) - (1 + \ln 1)$   
 $= e + 1 - 1 - 0$   
 $= e$

Doğru seçenek "E" dir.

7.  $f^{-1}(x) = \ln x$  ise  $f(x) = e^x$  olur.  
 $\int_{\ln 2}^{\ln 5} d f(x) = f(x) \Big|_{\ln 2}^{\ln 5} = e^x \Big|_{\ln 2}^{\ln 5}$   
 $= e^{\ln 5} - e^{\ln 2}$   
 $= 5 - 2 = 3$

Doğru seçenek "E" dir.

8.  $2x = u$  ise  $2 dx = du$  olur.  
 $\int_0^{1/2} \frac{2}{1+(2x)^2} dx = \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{1+u^2} = \arctan u \Big|_{u_1}^{u_2}$   
 $= \arctan 2x \Big|_0^{1/2}$   
 $= \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4}$

Doğru seçenek "D" dir.

kareköt

$$\begin{aligned}
 9. \quad \int_1^2 |x| \cdot |3x-2| dx &= \int_1^2 x \cdot |3x-2| dx \\
 &= \int_1^2 (3x^2 - 2x) dx \\
 &= (x^3 - x^2) \Big|_1^2 \\
 &= (2^3 - 2^2) - (1^3 - 1^2) \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$\begin{aligned}
 10. \quad \int_0^a (\cos^2 x - \sin^2 x) dx &= \int_0^a \cos 2x dx \\
 &= \frac{\sin 2x}{2} \Big|_0^a \\
 &= \frac{\sin 2a}{2} - \frac{\sin 0}{2} \\
 &= \frac{2 \sin a \cdot \cos a}{2} - 0 \\
 &= \sin a \cdot \cos a
 \end{aligned}$$

$$\sin a \cdot \cos a = \frac{\cos a}{2} \Rightarrow \cos a = 0 \text{ ya da } \sin a = \frac{1}{2}$$

bulunur.

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \text{ olduğu için doğru seçenek "B" dir.}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad \int_{-1}^5 f(x) dx &= \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \\
 6 &= 8 + \int_2^5 f(x) dx \\
 \int_2^5 f(x) dx &= 2
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "E" dir.

$$12. \sin x = u \text{ ise } \cos x dx = du$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^\pi \cos(\sin x) \cdot \cos x dx &= \int_{u_1}^{u_2} \cos u du \\
 &= \sin u \Big|_{u_1}^{u_2} \\
 &= \sin(\sin x) \Big|_0^\pi \\
 &= \sin(\sin \pi) - \sin(\sin 0) \\
 &= \sin 0 - \sin 0 = 0
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$13. \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = -(f(a) - f(b)) = -4$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$14. \cos x = u \text{ yazılırsa}$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\pi/3} \frac{d(\cos x)}{\cos x} &= \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{u} = \ln |u| \Big|_{u_1}^{u_2} \\
 &= \ln |\cos x| \Big|_0^{\pi/3} \\
 &= \ln \left| \cos \frac{\pi}{3} \right| - \ln(\cos 0) \\
 &= \ln \frac{1}{2} - \ln 1 \\
 &= \ln \frac{1}{2} = -\ln 2
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$15. x = u \quad e^{-x} dx = dv$$

$$dx = du \quad -e^{-x} = v$$

$$\begin{aligned}
 \int x e^{-x} &= -x e^{-x} + \int e^{-x} dx \\
 &= -x e^{-x} - e^{-x} + c \\
 -x e^{-x} - e^{-x} \Big|_0^{-1} &= (1 \cdot e - e) - (0 - 1) \\
 &= 0 + 1 = 1
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$16. 3x = u \text{ ise } 3 dx = du$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^{1/6} \frac{3}{\sqrt{1-(3x)^2}} dx &= \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du \\
 &= \arcsin u \Big|_{u_1}^{u_2} \\
 &= \arcsin 3x \Big|_0^{1/6} \\
 &= \arcsin \frac{1}{2} - \arcsin 0 \\
 &= \frac{\pi}{6} - 0 \\
 &= \frac{\pi}{6}
 \end{aligned}$$

Doğru seçenek "B" dir.

1.  $\int_1^4 \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

integralinde  $u = \sqrt{x}$  dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_1^4 \frac{1-u}{1+u} du$  B)  $\int_1^2 \frac{u(1-u)}{1+u} du$   
 C)  $\int_1^2 \frac{2u(1-u)}{1+u} du$  D)  $\int_1^4 \frac{2u(1-u)}{1+u} du$   
 E)  $\int_2^1 \frac{2u(1-u)}{1+u} du$

2.  $\int_0^1 \frac{12}{x^2-9} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\ln 4$  B)  $-\ln 2$  C) 0  
 D)  $\ln 2$  E)  $\ln 4$

3.  $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $1-e$  B)  $-1$  C) 0  
 D)  $e-1$  E) 1

4.  $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$

değeri kaçtır?

- A)  $-1$  B)  $-\ln 2$  C) 0  
 D)  $\ln 2$  E) 1

5.  $\int_{\pi/2}^{\pi} (\cos x - \sin x) dx$

integralinde  $x = \frac{\pi}{2} + t$  dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_{\pi/2}^0 (\sin t + \cos t) dt$  B)  $\int_0^{\pi/2} (\sin t + \cos t) dt$   
 C)  $\int_0^{\pi/2} (\sin t - \cos t) dt$  D)  $\int_{\pi/2}^0 (\cos t - \sin t) dt$   
 E)  $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin t + \cos t) dt$

6.  $\int_0^{\ln \sqrt{3}} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{\pi}{3}$  B)  $-\frac{\pi}{12}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{12}$  E)  $\frac{\pi}{3}$

7.  $\int_1^3 \frac{x}{(x+1)^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{4} + \ln 2$  B)  $\frac{1}{4} - \ln 2$  C)  $-\frac{1}{2} + \ln 2$   
 D)  $\frac{1}{2} - \ln 2$  E)  $\ln 2$

8.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{3 \sin^2 x}{\cos^4 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-2$  B)  $-1$  C) 0 D) 1 E) 2

9.  $\int_0^{4\pi} |\cos x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

10.  $\int_1^a \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{a}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

11.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \sec^2 x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $1 - \frac{\pi}{4}$  B)  $-\frac{\pi}{4}$  C) 0  
 D)  $\frac{\pi}{4}$  E)  $1 + \frac{\pi}{4}$

12.  $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\ln 2$  B) 1 C)  $\ln 4$   
 D) 2 E)  $\ln 9$

13.  $\int_1^{2\sqrt{3}+1} (x^3 - 3x^2) dx + \int_1^{2\sqrt{3}+1} (3x - 1) dx$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 18 B) 25 C) 32 D) 36 E) 42

14.  $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t} dt$

fonksiyonunun en büyük değeri için x kaçtır?

- A)  $-2$  B)  $-1$  C) 0 D) 1 E) 2

15.  $\int_{-10}^{10} (x^7 + x^5 + k) dx = 40$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A)  $-2$  B) 0 C) 2 D) 4 E) 5

16.  $\int_1^2 \frac{3x^2 + 6x + 2}{x(x+1)(x+2)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\ln \frac{5}{4}$  B)  $\ln \frac{4}{3}$  C)  $\ln 4$   
 D)  $\ln \frac{3}{4}$  E)  $\ln \frac{4}{5}$



1.  $\int_0^{\pi/12} \sin^3 2x \sin 4x dx$  ifadesinin değeri nedir?

- A)  $\frac{1}{32}$  B)  $\frac{9}{160}$  C)  $\frac{8}{90}$  D)  $\frac{1}{80}$  E)  $\frac{1}{160}$   
(ÖYS 1982)

2.  $\int_a^b (2x+3) dx = 50$  ve  $b-a=5$

- olduğuna göre,  $a+b$  kaçtır?  
A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7  
(ÖYS 1983)

3.  $a > 0$ ,  $b > -1$  koşulu ile sonlu iki sayıdır.

$$\int_0^1 x^a dx \cdot \int_0^1 x^b dx = \int_0^1 x^a x^b dx$$

- olduğuna göre,  $b$  nin değeri kaçtır?  
A)  $\frac{3}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 0 D)  $-\frac{1}{2}$  E)  $-\frac{3}{4}$   
(ÖYS 1983)

4.  $\int_0^1 \frac{(x^2+3)2x}{(x^2+3)^2+1} dx$  integralinin değeri nedir?

- A)  $\ln \frac{13}{4}$  B)  $\frac{1}{2} \ln \frac{13}{10}$  C)  $\frac{1}{2}$   
D)  $\ln \frac{15}{4}$  E)  $\frac{1}{2} \ln \frac{17}{10}$   
(ÖYS 1984)

5.  $\int_0^{\pi/3} \sqrt{1-\cos 2x} dx$  integralinin değeri nedir?

- A) 0 B)  $-\sqrt{2}$  C) 2 D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(ÖYS 1985)

6.  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  olduğuna göre,  $\int_1^2 d(f^{-1}(x))$  kaçtır?

- A) 0 B)  $-\frac{1}{6}$  C)  $\frac{1}{6}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $-\frac{1}{2}$   
(ÖYS 1986)

7.  $\int_0^{\pi/2} (\cos x - \sin x) dx$  integralinin değeri nedir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2  
(ÖYS 1987)

8.  $\int_0^{e-1} \frac{x}{x+1} dx$  integralinin değeri nedir?

- A)  $e-2$  B)  $e-1$  C)  $e$   
D)  $e+1$  E)  $e+2$   
(ÖYS 1988)

9.  $f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{t^3+4} dt$

- olduğuna göre,  $f'(1)$  değeri kaçtır?  
A) 0 B)  $\frac{7}{25}$  C)  $\frac{4}{51}$  D)  $\frac{1}{5}$  E)  $\frac{1}{4}$   
(ÖYS 1989)

10.  $\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2+1}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{2}$  C)  $\ln 2$  D)  $\ln 3$  E) 2  
(ÖYS 1991)

karşılık

11.  $\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4 dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{32}{5}$  B) -3 C) 0 D) 3 E)  $\frac{24}{5}$   
(ÖYS 1991)

12.  $\frac{d}{dx} \left( \int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 + x^2$  B)  $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$  C)  $\frac{67}{2}$   
D) 79 E) 0  
(ÖYS 1992)

13.  $\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx$

integralinde  $e^x = t$  dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_1^3 (t^3 - t) dt$  B)  $\int_1^3 (t^2 - 1) dt$   
C)  $\int_1^3 (e^{3t} - e^t) e^t dt$  D)  $\int_0^1 (t^3 - t) dt$   
E)  $\int_0^3 (\ln 3t - \ln t) dt$   
(ÖYS 1992)

14.  $\left[ \int_0^a x dx \right]^3 = \int_0^a x^3 dx$

olduğuna göre pozitif  $a$  kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $\sqrt{2}$  D)  $\sqrt{3}$  E) 2  
(ÖYS 1992)

15.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

integralinde  $x = 2 \sin t$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 t dt$  B)  $\int_0^{\pi/2} 4 \sin^2 t dt$   
C)  $\int_{\pi/2}^{\pi} 4(\sin t - \cos t) dt$  D)  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t dt$   
E)  $\int_0^{\pi/2} 4 \cos^2 t dt$   
(ÖYS 1993)

16.  $0 < a < \frac{\pi}{3}$ ,  $\int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x) dx = \frac{1}{3}$

olduğuna göre,  $a$  nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{\pi}{6}$  B)  $\frac{\pi}{4}$  C)  $\frac{\pi}{3}$  D)  $\frac{2\pi}{3}$  E)  $\frac{5\pi}{6}$   
(ÖYS 1993)

17.  $\int_{\pi/12}^a -2(\sin^4 x - \cos^4 x) dx = \frac{1}{2}$

olduğuna göre,  $a$  nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

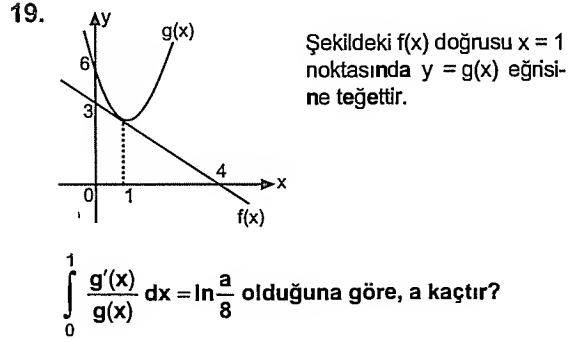
- A)  $\frac{\pi}{8}$  B)  $\frac{\pi}{6}$  C)  $\frac{\pi}{4}$  D)  $\frac{\pi}{3}$  E)  $\frac{\pi}{2}$   
(ÖYS 1994)

18.  $\int_0^{\sqrt{2}/2} \sin(\arccos x) dx$

integralinde  $t = \arccos x$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integralerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_0^{\pi/4} \sin t dt$  B)  $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} \cos^2 2t dt$  C)  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} -\cos t dt$   
D)  $\int_0^{\pi/4} -2 \cos^2 t dt$  E)  $\int_{\pi/2}^{\pi/4} -\sin^2 t dt$   
(ÖYS 1995)

karşılık



- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2  
(ÖYS 1995)

20.  $\int_0^{\pi/6} \left[ \frac{d}{dt} \left( \int_0^t \cos 3x dx \right) \right] dt$  değeri kaçtır?

A)  $\frac{7\sqrt{2}}{6}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{4}$   
(ÖYS 1996)

21.  $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin x + \cos x) dx$

integralinde  $t = \pi - x$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A)  $\int_0^{\pi/2} (\sin t + \cos t) dt$  B)  $\int_0^{\pi/2} (\sin t - \cos t) dt$   
C)  $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin t - \cos t) dt$  D)  $\int_{\pi/2}^{\pi} (\cos t - \sin t) dt$   
E)  $\int_{-\pi/2}^0 (\sin t - \cos t) dt$   
(ÖSS 2006 II)

22.  $\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $1 + \sqrt{3}$  B)  $2 - 2\sqrt{3}$  C)  $2 + \sqrt{3}$   
D)  $4 - \sqrt{3}$  E)  $8 - 3\sqrt{3}$   
(ÖSS 2007 II)

23.  $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\frac{-1}{2} + \ln 2$  B)  $-1 + \ln 2$  C)  $\ln 2$   
D)  $2 \ln 2$  E)  $1 + 2 \ln 2$   
(ÖSS 2007 II)

24.  $b > 0$  olduğuna göre,

$\int_0^b (2x - x^2) dx$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{3}{2}$  C)  $\frac{5}{2}$   
D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{4}{3}$   
(ÖSS 2008 II)

25.  $\int_0^{\pi/2} \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$  B)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - 1$   
C)  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - 1$  D)  $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$   
E)  $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$   
(ÖSS 2008 II)

26.  $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{3}{2}$  C) 1 D) 2 E) 4  
(ÖSS 2008 II)

27.  $\int_0^1 (x+1)e^x dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $e$  B)  $e - 1$  C)  $e - 2$   
D)  $2e - 1$  E)  $2e - 3$   
(ÖSS 2009 II)

28.  $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2  
(LYS 2010)

29.  $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}} dx$

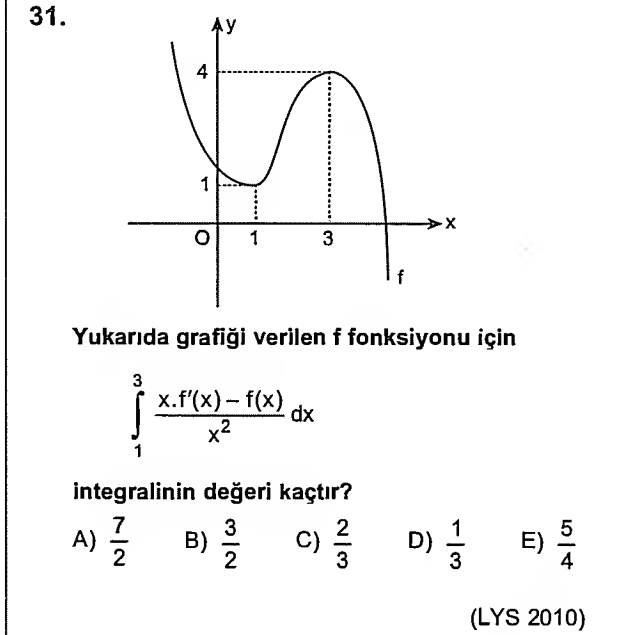
integralinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24  
(LYS 2010)

30.  $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

için  $\int_1^3 f(x+1) dx$  integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10  
(LYS 2010)



32. Bir  $f$  fonksiyonunun grafiğinin  $x = a$  noktasındaki teğetinin eğimi 1,  $x = b$  noktasındaki teğetinin eğimi ise  $\sqrt{3}$  tür.

$f''(x)$  ikinci türev fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında sürekli olduğuna göre,

$\int_a^b f'(x) \cdot f''(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) -1 B) 1 C) 2 D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{2}{3}$   
(LYS 2011)

33.  $\int_1^e \ln^3 x dx = 6 - 2e$

olduğuna göre,  $\int_1^e \ln^4 x dx$  integralinin değeri kaçtır?

A)  $7e - 16$  B)  $8e - 18$  C)  $9e - 24$   
D)  $10e - 26$  E)  $11e - 28$   
(LYS 2011)

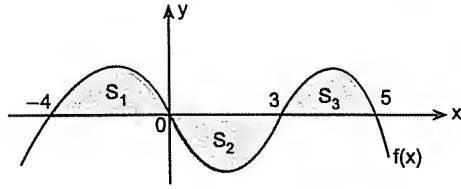
# BÖLÜM 4

## İntegral ile Alan ve Hacim Hesabı

### KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Belirli integral ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar.
2. Pozitif değerli fonksiyonun grafiği ile x eksenini arasındaki bölgenin alanını hesaplar.
3. Negatif değerli fonksiyonun grafiği ile x eksenini arasındaki bölgenin alanını hesaplar.
4. Fonksiyonun işaretini inceleyerek alan hesabı yapar.
5.  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri arasında kalan alanı hesaplar.
6.  $x = f(y)$  fonksiyonunun grafiği ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanını hesaplar.
7.  $f(y)$  ve  $g(y)$  fonksiyonlarının grafikleri arasında kalan alanı hesaplar.
8. Belirli integral ile dairenin alanını ilişkilendirir.
9.  $y = f(x)$  in grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
10.  $x = f(y)$  nin grafiği ile y eksenini arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
11.  $f(x)$  ve  $g(x)$  in grafikleri arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
12.  $f(y)$  ve  $g(y)$  nin grafikleri arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
13. Dairesel bölgenin x ve y eksenleri etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini hesaplar.
14. Üçgensel ve dikdörtgensel bölgelerin x ve y eksenleri etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini hesaplar.

## köşetaşı



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile Ox ekseninde kalan bölgelerin alanları  $S_1$ ,  $S_2$  ve  $S_3$   $br^2$  dir.

Buna göre, bu alanlara eşit integralleri yazınız.

## açıklamalı çözüm

1.  $f(x) \geq 0$  ise grafiği Ox ekseninin üstünde olur.

Grafiği ile Ox arasındaki alan  $f(x)$  in integraline eşittir.

$$S_1 = \int_{-4}^0 f(x) dx \quad S_3 = \int_3^5 f(x) dx$$

2.  $f(x) \leq 0$  ise grafiği Ox ekseninin altında olur. Grafiği ile Ox arasındaki alan,  $f(x)$  in integralinin zıt işaretli değeridir.

$$S_2 = - \int_0^3 f(x) dx$$

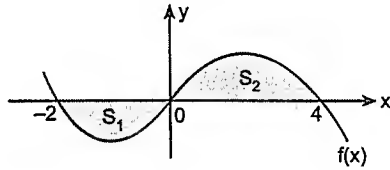
## AYRICA

$$\int_{-4}^5 f(x) dx$$

integralinin değeri istenirse;

$$\int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx \\ = S_1 - S_2 + S_3$$

1.

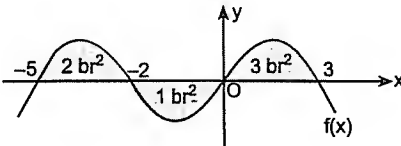


Şekildeki taralı bölgelerin alanları  $S_1$  ve  $S_2$   $br^2$  dir.

Buna göre,  $\int_{-2}^4 f(x) dx$  kaçtır?

- A)  $S_1 + S_2$  B)  $S_1 - S_2$  C)  $S_2 - S_1$   
D)  $-S_1 - S_2$  E)  $S_1 S_2$

2.

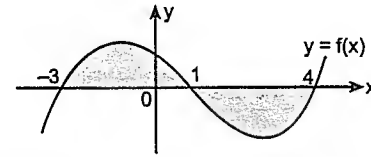


Şekildeki taralı bölgelerin alanlarının değeri üzerlerine yazılmıştır.

Buna göre,  $\int_{-5}^3 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

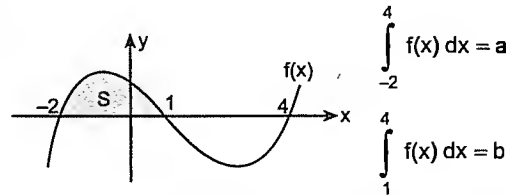
3.



Şekildeki taralı bölgelerin toplam alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\int_{-3}^4 y dx$  B)  $-\int_{-3}^4 y dx$  C)  $\int_{-3}^1 y dx$   
D)  $\int_{-3}^1 y dx - \int_1^4 y dx$  E)  $\int_{-3}^1 y dx + \int_1^4 y dx$

4.



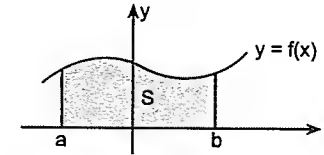
Buna göre, taralı alan S, a ve b cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a-b$  B)  $b-a$  C)  $-a-b$  D)  $a+b$  E)  $a \cdot b$

## köşetaşı

$f(x) = 4 - x^2$  parabolü ile Ox ekseninde kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

## açıklamalı çözüm



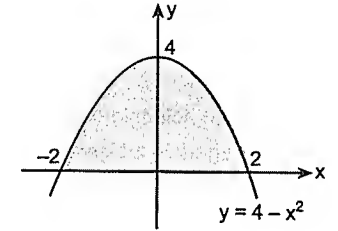
$$S = \int_a^b f(x) dx$$

i) Önce grafiğin Ox eksenini kestiği noktaları bulunur.

$$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \\ \Rightarrow x = \pm 2$$

ii)  $x = -2$  ile  $x = 2$  arasında  $f(x)$  in integrali alınır.

$$S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = 4x - \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^2 = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3} br^2$$



1.

$$y = -\frac{1}{3}(x+2)(x-4)$$

parabolü ile x ekseninde kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

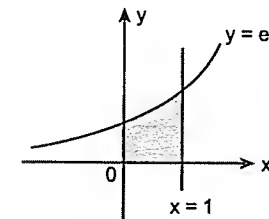
3.

$$f(x) = 9a^2 - x^2$$

parabolü ile x ekseninde kalan bölgenin alanı  $36 br^2$  olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

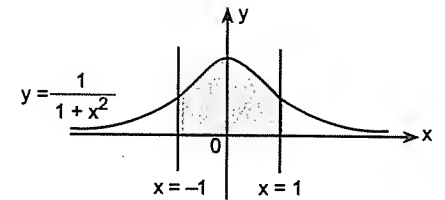
2.



Grafikte gösterilen  $y = e^x$  eğrisi,  $x = 1$  doğrusu, y eksenine ve x ekseninde kalan taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $e-2$  B)  $e-1$  C) 1  
D)  $e+1$  E)  $e+2$

4.



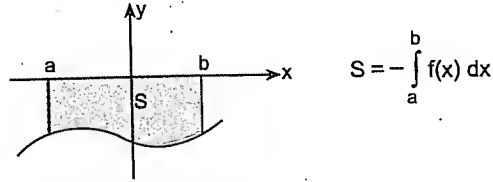
Grafikte gösterilen  $y = \frac{1}{1+x^2}$  eğrisi,  $x = 1$ ,  $x = -1$  doğruları ve x ekseninde kalan taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{\pi}{6}$  B)  $\frac{\pi}{4}$  C)  $\frac{\pi}{3}$  D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

## köşetaşı

$f(x) = x^2 - 4x$  parabolü ile Ox eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

## açıklamalı çözüm

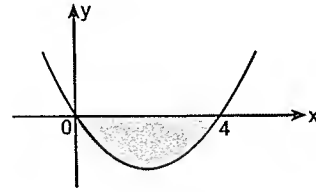


i) Önce parabolün Ox i kestiği noktaların apsilerini bulalım.

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$$

ii) İstenen bölgenin alanı  $x = 0$  ile  $x = 4$  arasında  $f(x)$  in integral değerinin zıt işaretlisidir.

$$S = -\int_0^4 (x^2 - 4x) dx = -\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2\right)\Big|_0^4 = -\left[\left(\frac{64}{3} - 32\right) - (0)\right] = \frac{32}{3} br^2$$



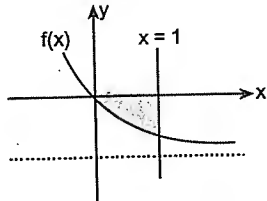
1.  $f(x) = 2(x + 4)(x - 2)$  parabolü ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 18 B) 36 C) 48 D) 54 E) 72

3.  $y = 2(x - 2)^2 - 18$  parabolü ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 16 B) 32 C) 48 D) 54 E) 72

2.

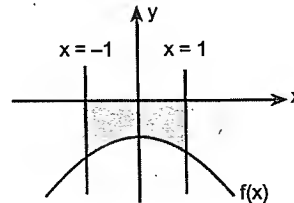


Grafikte gösterilen  $f(x) = e^{-x} - 1$  eğrisi,  $x = 1$  doğrusu ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{1}{e}$  B)  $\frac{2}{e}$  C) 1 D) e E)  $e + 1$

kareköt

4.



Grafikte gösterilen  $f(x) = -5x^4 - 5$  eğrisi ile  $x = -1$ ,  $x = 1$  doğruları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

90

E A E D

## köşetaşı

$f(x) = x^3 - 4x$  eğrisi ile Ox eksenini arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?

## açıklamalı çözüm

Fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktaları bulalım.

$$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2, x = -2$$

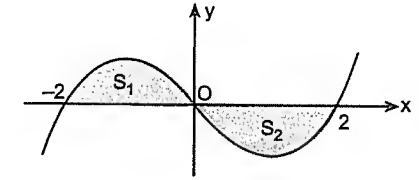
Şimdi de fonksiyon için işaret tablosu yapalım.

x	-2	0	2
y	-	+	-

Taralı bölgelerin alanları;

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 \Big|_{-2}^0 = 0 - (-4) = 4 br^2$$

$$S_2 = \int_0^2 (4x - x^3) dx = 2x^2 - \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4 - 0 = 4 br^2$$



Fonksiyon tek olduğundan grafiği orijine göre simetrik.

Bu nedenle iki alan birbirine eşit çıkmıştır.

Taralı bölgelerin alanı:  $4 + 4 = 8 br^2$  dir.

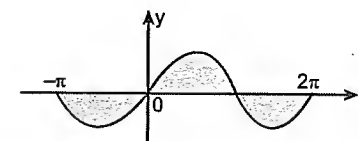
1.  $f(x) = x - x^3$  eğrisi ile Ox eksenini arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{2}{3}$  E) 1

3.  $f(x) = 15x^2(x^2 - 1)$  eğrisi ile Ox eksenini arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

2.



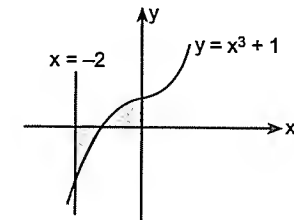
Şekilde  $f(x) = \sin x$  fonksiyonunun  $[-\pi, 2\pi]$  aralığında grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

kareköt

4.



Şekilde  $y = x^3 + 1$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{3}{2}$  B) 2 C)  $\frac{5}{2}$  D) 3 E)  $\frac{7}{2}$

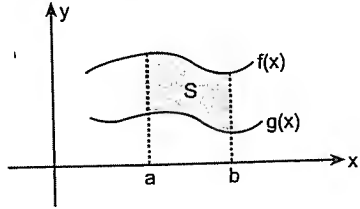
91

C C C E

## köşetaşı

$f(x) = x(x-3)$  ve  $g(x) = x(1-x)$  parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

## açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

NOT

Yanlışlıkla  $g(x)$  fonksiyonundan  $f(x)$  çıkarılıp integral alınırsa sonuç negatif çıkar.

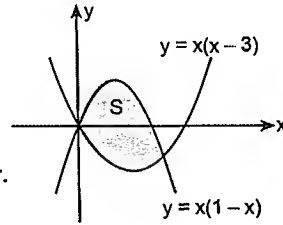
Alan negatif değer alamayacağı için pozitifçe çevrilir.

i) Önce fonksiyonlar birbirine eşitlenerek kesiştikleri noktalar bulunur.

$$\begin{aligned} x(x-3) &= x(1-x) \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \\ &\Rightarrow 2x(x-2) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0, x = 2 \end{aligned}$$

ii)  $x = 0$  dan  $x = 2$  ye üstteki fonksiyondan alttaki çıkarılarak integral alınır.

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 [x(1-x) - x(x-3)] dx = \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx \\ &= -\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \Big|_0^2 = \frac{8}{3} br^2 \end{aligned}$$

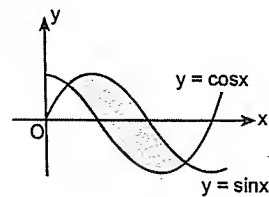


1.  $y = x(3-x)$  ve  $y = x(x-3)$  parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?  
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2.  $y = x(x-2)$  ve  $y = 4-x^2$  parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?  
A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

karekök

4.



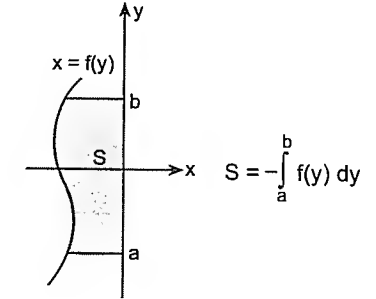
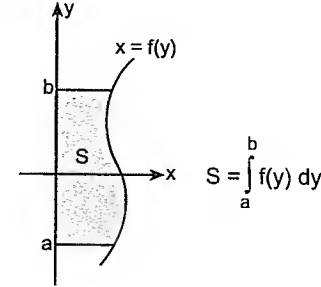
$y = \cos x$  ve  $y = \sin x$  eğrileri arasında kalan taralı alan kaç  $br^2$  dir?

- A) 1 B)  $\sqrt{2}$  C) 2 D)  $2\sqrt{2}$  E) 3

## köşetaşı

$x = 9 - y^2$  parabolü ile  $y$  eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

## açıklamalı çözüm

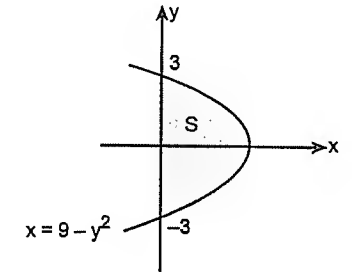


i) Önce parabolün  $y$  eksenini kestiği noktalar bulunur.

$$9 - y^2 = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ veya } y = -3$$

ii) İstenen bölge  $y$  ekseninin sağ tarafında kaldığı için alan  $x = 9 - y^2$  fonksiyonunun  $y = -3$  ten  $y = 3$  e integraline eşittir.

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^3 (9 - y^2) dy = 9y - \frac{y^3}{3} \Big|_{-3}^3 \\ &= (27 - 9) - (-27 + 9) = 36 br^2 \end{aligned}$$



1.  $x = y^2 - 1$  parabolü ile  $y$  eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?  
A)  $\frac{2}{3}$  B) 1 C)  $\frac{4}{3}$  D) 2 E)  $\frac{7}{3}$

3.  $y = \sqrt{x}$  eğrisi ile  $y = 3$  doğrusu ve  $y$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?  
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

karekök

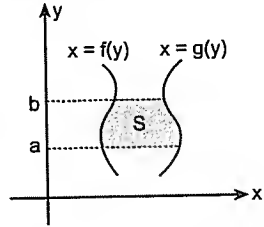
2.  $x = y(y^2 - 4)$  eğrisi ile  $y$  eksenini arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?  
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4.  $y = \ln x$  eğrisi ile  $y = 1$ ,  $y = 0$  ve  $x = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?  
A)  $\frac{1}{e}$  B)  $e - 2$  C)  $\frac{2}{e}$   
D)  $e - 1$  E)  $e + 1$

## köşetaşı

$x = y^2$  ve  $x = 2 - y^2$  parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

## açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b (g(y) - f(y)) dy$$

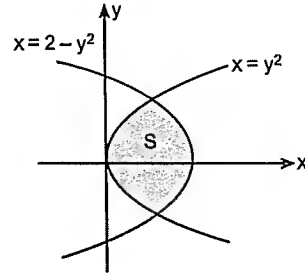
- i) Fonksiyonlar birbirine eşitlenerek grafiklerinin kesişim noktaları bulunur.

$$y^2 = 2 - y^2 \Rightarrow 2y^2 = 2 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

- ii) Grafiği alanı hesaplanan bölgenin sağında olan fonksiyondan diğeri çıkartılarak  $y = -1$  ile  $y = 1$  arasında integral alınır.

$$S = \int_{-1}^1 [(2 - y^2) - y^2] dy$$

$$= \int_{-1}^1 (2 - 2y^2) dy = \left( 2y - \frac{2y^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \left( 2 - \frac{2}{3} \right) - \left( -2 + \frac{2}{3} \right) = \frac{8}{3} br^2$$



1.  $x = y(6 - y)$  ve  $x = y(y - 6)$

parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 36 B) 48 C) 72 D) 96 E) 144

3.  $x = 3y^2$  parabolü ile  $x = 6y$  doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

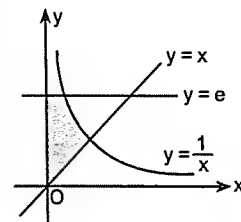
2.  $x = 2y(y - 3)$  ve  $x = 9 - y^2$

parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 18 B) 32 C) 48 D) 60 E) 72

kareköt

4.



$y = \frac{1}{x}$  eğrisi,  $y = x$  ve  $y = e$  doğruları ile  $y$  eksenini arasındaki taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

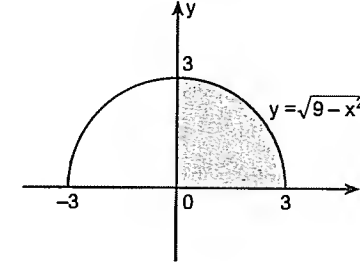
- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

## köşetaşı

$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$  integralinin değeri kaçtır?

## açıklamalı çözüm

Bu tip integraller dairenin alanı ile ilişkilendirilerek hesaplanır.



$$y = \sqrt{9 - x^2} \text{ ise } y^2 = 9 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

Integralin değeri, yarıçapı 3 br olan çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = \frac{9\pi}{4} br^2$$

## HATIRLATMA

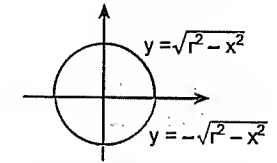
$x^2 + y^2 = r^2$  merkezi (0,0) yarıçapı r olan çember belirtir.

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

(çemberin üst yarısının denklemi)

$$y = -\sqrt{r^2 - x^2}$$

(çemberin alt yarısının denklemi)



⇒ Bazı alanlar integrale, bazı integraller de alanla hesaplanır.

1.  $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

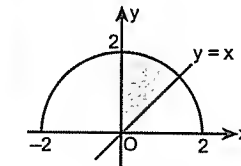
- A)  $2\pi$  B)  $4\pi$  C)  $6\pi$  D)  $8\pi$  E)  $16\pi$

3.  $\int_0^4 \sqrt{4y - y^2} dy$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{2}$  B)  $\pi$  C)  $\frac{3\pi}{2}$  D)  $2\pi$  E)  $\frac{5\pi}{2}$

4.



Daire diliminin alanına aşağıdaki integrallerden hangisinin değeri eşittir?

A)  $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

B)  $\int_0^1 (\sqrt{x^2 + 4} - x) dx$

C)  $\int_0^1 (\sqrt{4 - x^2} - x) dx$

D)  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{2 - x^2} - x) dx$

E)  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4 - x^2} - x) dx$

2.  $\int_0^{-2} -\sqrt{4 - x^2} dx$

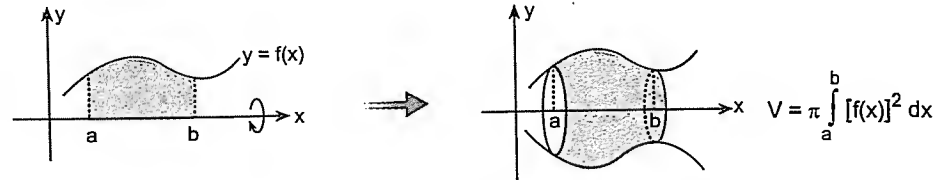
integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\pi$  B)  $-\frac{\pi}{2}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\pi$  E)  $2\pi$

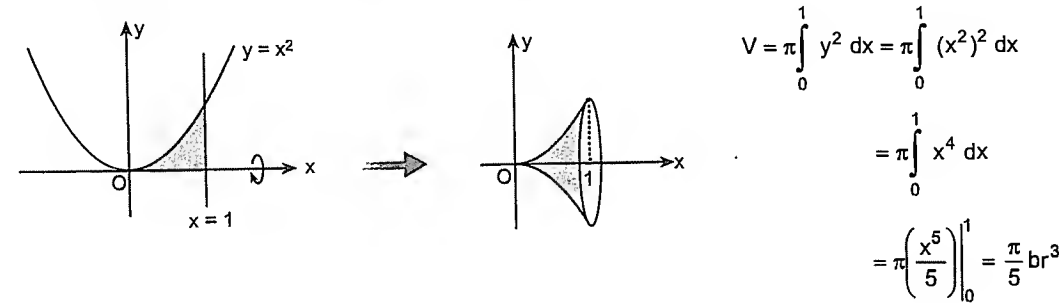
## köşetaşı

$y = x^2$  eğrisi ile  $x = 1$  doğrusu ve  $x$  ekseninde kalan bölgenin  $x$  ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

## açıklamalı çözüm



Taralı bölgenin  $x$  ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi;

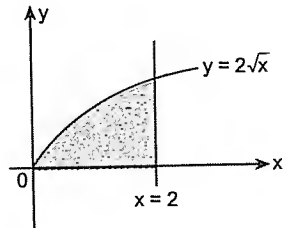


1.  $y = 1 - x^2$  parabolünün analitik düzlemin I. bölgesindeki parçasıyla eksenler arasında kalan bölge  $Ox$  etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{8}{15}$  C)  $\frac{2}{3}$  D) 1 E)  $\frac{3}{2}$

2.

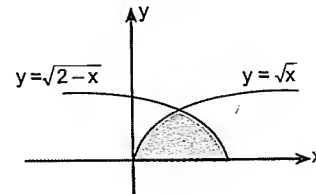


$y = 2\sqrt{x}$  eğrisi ile  $y = 0$  ve  $x = 2$  doğruları arasında kalan bölge  $Ox$  etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

kareköt

4.



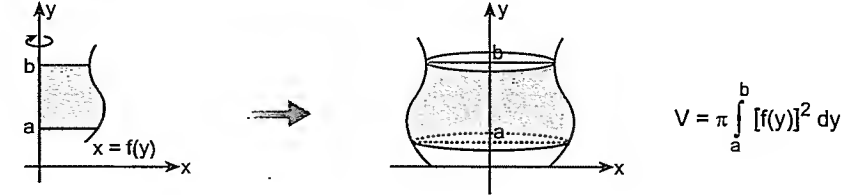
$y = \sqrt{2-x}$  ve  $y = \sqrt{x}$  ile  $x$  ekseninde kalan taralı bölge  $Ox$  etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

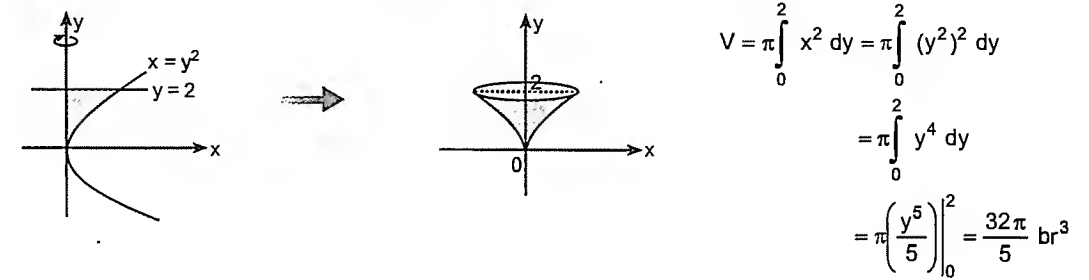
## köşetaşı

$x = y^2$  eğrisi ile  $y = 2$  doğrusu ve  $y$  ekseninde kalan bölgenin  $y$  ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

## açıklamalı çözüm



Taralı bölgenin  $y$  ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi;



1.  $x = 1 - y^2$  parabolü ile  $x = 0$  doğrusu arasında kalan bölge  $y$  ekseninde 360° döndürülüyor.

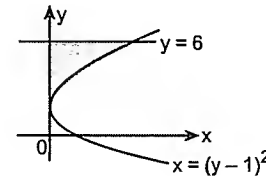
Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{8}{15}$  C)  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{16}{15}$  E)  $\frac{32}{15}$

3.  $x = \sqrt{y}$  eğrisi ile  $x = 0$  ve  $y = 2$  doğruları arasında kalan bölge  $y$  ekseninde 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.

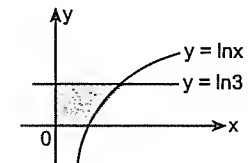


$x = (y - 1)^2$  parabolü,  $y = 6$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlı bölgenin  $y$  ekseninde 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A) 500 B) 550 C) 625 D) 650 E) 725

kareköt

4.

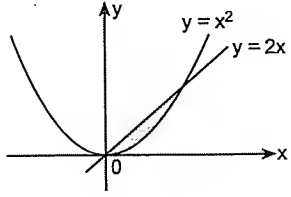


$y = \ln x$ ,  $y = \ln 3$  ve eksenler arasında kalan bölgenin  $y$  ekseninde 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12



## köşetaşı



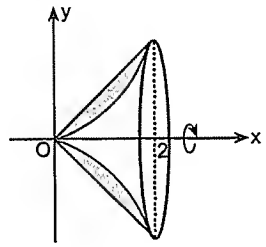
Şekilde  $y = x^2$  parabolü ile  $y = 2x$  doğrusu arasındaki bölge gösterilmiştir. Bu bölgenin  $Ox$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $br^3$  olur?

## açıklamalı çözüm

i) Fonksiyonlar eşitlenir, kesiştikleri noktalar bulunur.

$$x^2 = 2x \Rightarrow x = 0, x = 2$$

ii) Üstte olan fonksiyonun oluşturduğu cismin hacminden alttaki fonksiyonun oluşturduğu cismin hacmi çıkartılır.



$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 (2x)^2 dx - \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx \\ &= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx \\ &= \pi \left( \frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 \\ &= \pi \left( \frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right) = \frac{64}{15} \pi br^3 \end{aligned}$$

1.  $y = (x-1)^2$  parabolü ile  $y = 1-x$  doğrusu ile sınırlı bölgenin  $x$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{1}{15}$  B)  $\frac{2}{15}$  C)  $\frac{1}{5}$  D)  $\frac{4}{15}$  E)  $\frac{1}{3}$

2.  $y = x(2-x)$  parabolü ile  $y = x$  doğrusu arasındaki bölgenin  $x$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{1}{5}$  B)  $\frac{2}{5}$  C)  $\frac{3}{5}$  D)  $\frac{4}{5}$  E) 1

3.  $y = 2\sqrt{x}$  eğrisi ile  $y = x$  doğrusu arasında kalan bölgenin  $x$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

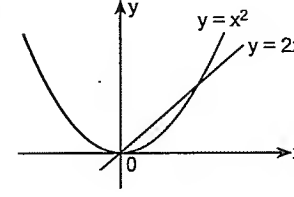
- A)  $\frac{8}{3}$  B)  $\frac{16}{3}$  C)  $\frac{32}{3}$  D)  $\frac{40}{3}$  E)  $\frac{52}{3}$

karekötök

4.  $y = e^{\frac{x}{2}}$  eğrisi,  $y = e$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlı bölgenin  $x$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $e^2$  B)  $e-1$  C)  $e^2-1$   
D)  $e+1$  E)  $e^2+1$

## köşetaşı



Şekilde  $y = x^2$  parabolü ile  $y = 2x$  doğrusu arasındaki bölge gösterilmiştir. Bu bölgenin  $Oy$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $br^3$  olur?

## açıklamalı çözüm

i) Fonksiyonlar  $x = f(y)$  şeklinde yazılır.

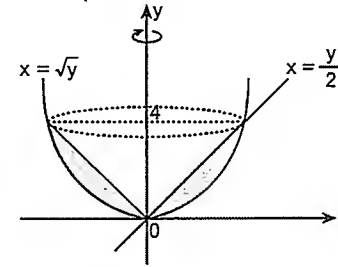
$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

$$y = 2x \Rightarrow x = \frac{y}{2}$$

ii) Fonksiyonlar birbirine eşitlenerek kesişim noktalarının ordinatları bulunur.

$$\sqrt{y} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2\sqrt{y} = y \Rightarrow 4y = y^2 \Rightarrow y = 0, y = 4$$

iii) Sağda kalan fonksiyonun oluşturduğu cismin hacminden, soldakinin oluşturduğu cismin hacmi çıkartılır.



$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^4 (\sqrt{y})^2 dy - \pi \int_0^4 \left(\frac{y}{2}\right)^2 dy = \pi \int_0^4 \left(y - \frac{y^2}{4}\right) dy \\ &= \pi \left( \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{12} \right) \Big|_0^4 \\ &= \pi \left( 8 - \frac{64}{12} \right) = \frac{8}{3} \pi br^3 \end{aligned}$$

1.  $x = y^2$  parabolü ile  $y = x$  doğrusu arasındaki bölge  $y$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  tür?

- A)  $\frac{1}{15}$  B)  $\frac{2}{15}$  C)  $\frac{1}{5}$  D)  $\frac{4}{15}$  E)  $\frac{1}{3}$

3.  $y = \sqrt{x}$  eğrisi ile  $x = 2y$  doğrusu arasında kalan bölgenin  $y$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{16}{15}$  B)  $\frac{32}{15}$  C)  $\frac{64}{15}$  D)  $\frac{24}{5}$  E)  $\frac{32}{5}$

karekötök

2.  $y = x^2$  parabolü ile  $y = 4$  ve  $x = 0$  doğruları arasında kalan bölge  $y$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4.  $y = \frac{4}{x}$  ile  $y = 5-x$  doğrusu arasında kalan bölgenin  $y$  eksenine etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  tür?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

## köşetaşı

$y = \sqrt{9 - x^2}$  eğrisi ve x eksenini arasında kalan bölgenin

i) x eksenini etrafında  $360^\circ$

ii) y eksenini etrafında  $180^\circ$

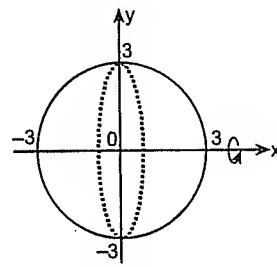
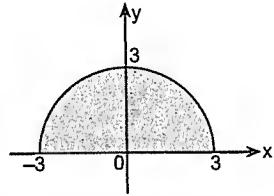
döndürülmesi ile oluşan katı cisimlerin hacimlerini bulunuz.

## açıklamalı çözüm

Integral kullanmadan geometri bilgisiyle bu tip sorular kolayca çözülür.

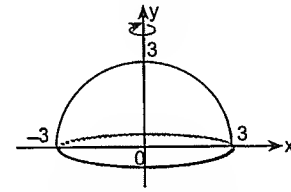
$$y = \sqrt{9 - x^2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 3^2$$

Demek ki verilen fonksiyon aslında yarıçapı 3 br olan merkezli çemberin üst yarısının denklemdir.



Ox etrafında tam küre oluşur.

$$i) V_{\text{küre}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ br}^3$$



Oy etrafında yarım küre oluşur.

$$ii) \frac{1}{2} V_{\text{küre}} = \frac{1}{2} \cdot 36\pi = 18\pi \text{ br}^3$$

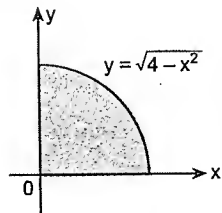
1.  $y = \sqrt{36 - x^2}$  eğrisi ve  $y = 0$  doğrusu arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A) 72 B) 96 C) 144 D) 196 E) 288

3.  $x = \sqrt{9 - y^2}$  eğrisi ve  $x = 0$  doğrusu arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

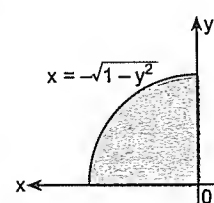
2.



$y = \sqrt{4 - x^2}$  eğrisiyle  $x = 0$ ,  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A)  $\frac{8}{3}$  B)  $\frac{16}{3}$  C) 6 D) 8 E)  $\frac{32}{3}$

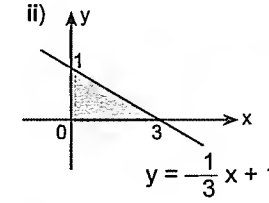
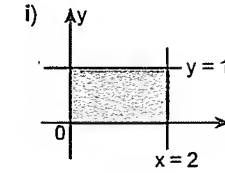
4.



$x = \sqrt{1 - y^2}$  eğrisi ile eksenler arasında kalan taralı bölgenin y eksenini etrafında  $270^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

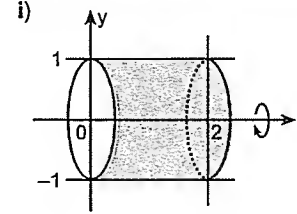
A)  $\frac{\pi}{2}$  B)  $\pi$  C)  $\frac{3\pi}{2}$  D)  $2\pi$  E)  $\frac{5\pi}{2}$

## köşetaşı



Yanda verilen dikdörtgen ve üçgen bölgelerin Ox etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini bulunuz.

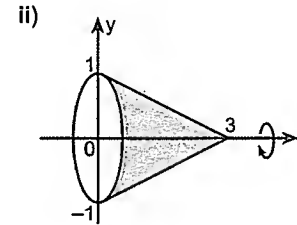
## açıklamalı çözüm



Şekilde görüldüğü gibi  $r = 2$  ve  $h = 1$  olan bir silindir oluşur.

$$V_s = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 1 = 4\pi \text{ br}^3$$

**Bir soru:** Aynı bölge Oy etrafında döndürülse oluşan cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur? ( $4\pi \text{ br}^3$ )



Şekilde görüldüğü gibi  $r = 3$  ve  $h = 1$  olan bir koni oluşur.

$$V_k = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 1 = 3\pi \text{ br}^3$$

**Bir soru:** Aynı bölge Oy etrafında döndürülse oluşan cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur? ( $3\pi \text{ br}^3$ )

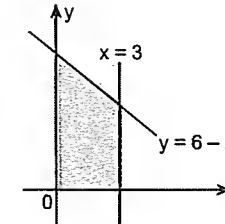
1.  $y = 1$ ,  $x = 3$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A)  $\pi$  B)  $2\pi$  C)  $3\pi$  D)  $4\pi$  E)  $5\pi$

3.  $y = 6 - 2x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin y eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

2.

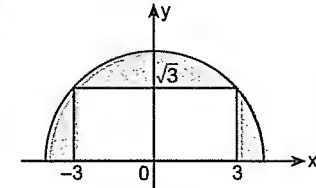


$y = 6 - x$ ,  $x = 3$  ve eksenler arasında kalan bölge y eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

4.

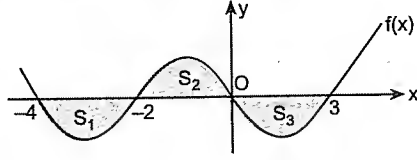


Yandaki yarım dairenin içindeki taralı bölge x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi \text{ br}^3$  olur?

A)  $16\sqrt{3} - 18$  B)  $24\sqrt{3} - 18$  C)  $8\sqrt{3} + 18$   
D)  $32\sqrt{3} - 18$  E)  $32\sqrt{3} - 36$

1.



Şekildeki  $f(x)$  in grafiği ile  $Ox$  eksenini arasında kalan bölgelerin alanları  $S_1, S_2, S_3$   $br^2$  dir.

$$S_1 = 3S_2 = 2S_3 \text{ ve } \int_{-4}^3 f(x) dx = -7$$

olduğuna göre,  $\int_{-4}^0 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) 4 E) 8

2.  $y = (x-3)^2$  parabolü ile  $x = 6$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3.  $y = -3x^2 - 1$  parabolü ile  $x = -1, x = 1$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4.

$$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

olmak üzere  $f(x) = \cos x$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  eksenini arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

5.  $y = x^3$  ve  $y = x^2$  eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{1}{12}$  B)  $\frac{1}{6}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{2}{3}$

6.  $x = \frac{3}{2}(y^2 - 4)$  parabolü ile  $y$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

7.  $x = y^2$  ve  $x = y(2-y)$  parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{3}$

8.

$$\int_{-1}^0 4(\sqrt{1-x^2} - (x+1)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\pi - 3$  B)  $\pi - 2$  C)  $\pi - 1$   
D)  $\pi + 1$  E)  $\pi + 2$

9.  $y = \sqrt{2x}$  eğrisi ile  $x = 3$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölge  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $br^3$  olur?

- A)  $5\pi$  B)  $6\pi$  C)  $7\pi$  D)  $8\pi$  E)  $9\pi$

10.  $x = -(y+1)^2$  parabolü ile eksenler arasındaki bölge  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{1}{5}$  B)  $\frac{2}{5}$  C)  $\frac{3}{5}$  D)  $\frac{4}{5}$  E) 1

11.  $y = x^2$  parabolü ile  $y = \sqrt{x}$  eğrisi arasında kalan bölge  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{1}{10}$  B)  $\frac{1}{5}$  C)  $\frac{3}{10}$  D)  $\frac{2}{5}$  E) 1

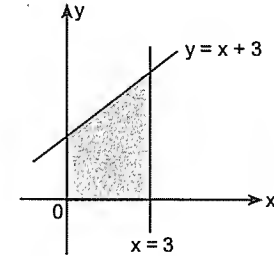
12.  $y = \sqrt{3x}$  eğrisi ile  $x = y$  doğrusu arasındaki bölge  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{8}{5}$  B)  $\frac{8}{3}$  C)  $\frac{18}{5}$  D)  $\frac{20}{3}$  E)  $\frac{36}{5}$

13.  $y = \sqrt{3-x^2}$  eğrisi ile  $x$  eksenini arasında kalan bölge  $y$  eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\sqrt{3}$  B)  $2\sqrt{3}$  C)  $3\sqrt{3}$  D)  $4\sqrt{3}$  E)  $6\sqrt{3}$

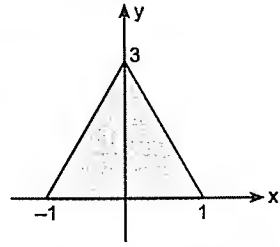
14.



Şekilde  $y = x + 3$  ve  $x = 3$  doğruları ile eksenler arasında kalan taralı bölge  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A) 63 B) 66 C) 72 D) 75 E) 81

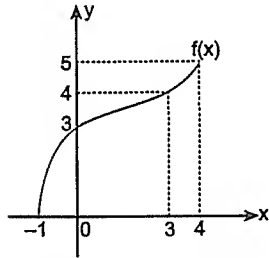
1.



Şekilde verilen taralı üçgensel bölgenin alanı aşağıda integrallerden hangisinin değerine eşittir?

- A)  $2 \int_{-1}^1 (3x + 3) dx$  B)  $2 \int_0^1 (3x + 3) dx$   
 C)  $2 \int_{-1}^0 (3x + 3) dx$  D)  $2 \int_{-1}^0 (3x - 3) dx$   
 E)  $2 \int_0^{-1} (3x + 3) dx$

2.



Yukarıda grafiği verilen  $f: [-1, 4] \rightarrow [0, 5]$  fonksiyonunun tersi  $f^{-1}$  dir.

- Buna göre,  $\int_0^3 f(x) dx + \int_3^4 f^{-1}(x) dx$  toplamı kaçtır?  
 A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 20

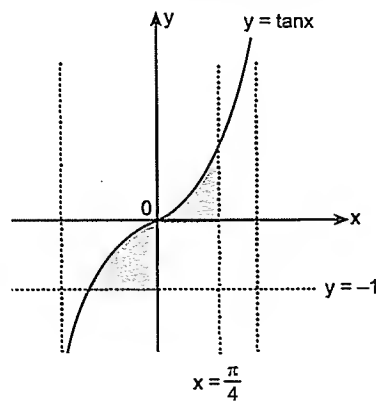
3.

$$\int_{-2}^0 \sqrt{4 - y^2} dy$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\pi$  B)  $-\frac{\pi}{2}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

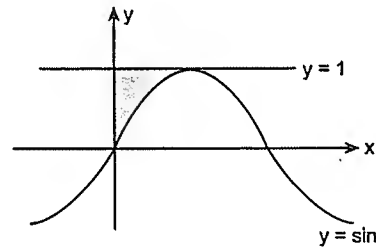
4.



Şekildeki  $y = \tan x$  eğrisi,  $x = \frac{\pi}{4}$  ve  $y = -1$  doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\frac{2\pi}{3}$  E)  $\frac{4\pi}{3}$

5.



Şekilde gösterilen  $y = \sin x$  eğrisi  $y = 1$  ve  $x = 0$  doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\pi - 2$  B)  $\pi - 1$  C)  $\pi + \frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{\pi}{2} - 1$  E)  $\frac{\pi}{2} + 1$

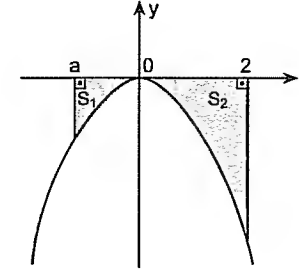
6.

$$y \leq 4 - x^2 \text{ ve } y \geq 3$$

eşitsizlik sistemini sağlayan  $(x, y)$  noktalarının bulunduğu bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{3}{2}$  B) 1 C)  $\frac{4}{3}$  D) 2 E)  $\frac{5}{3}$

7.



Şekilde  $y = -x^2$  parabolü ile x eksenini arasında kalan  $S_1$  ve  $S_2$  taralı alanları için  $8S_1 = S_2$  olduğuna göre a kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{4}$  B)  $-\frac{1}{3}$  C)  $-\frac{2}{3}$  D)  $-\frac{3}{4}$  E) -1

8.

$y = x(x^2 - 1)$  ve  $y = x(1 - x^2)$  eğrileri arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç  $br^2$  dir?

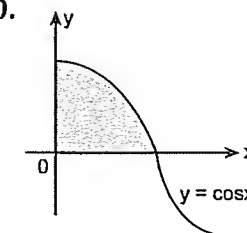
- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

9.

$a < 0$  olmak üzere,  $y = ax^3$  eğrisi,  $x = -4$  doğrusu ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı  $128 br^2$  olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

10.

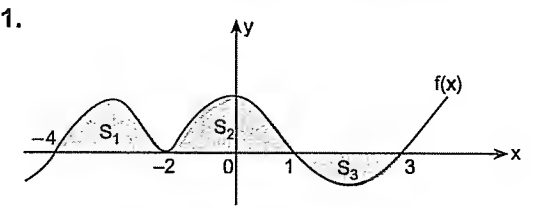


Şekilde  $y = \cos x$  eğrisi ile eksenler arasında gösterilen taralı bölge x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor.

Buna göre oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\frac{2\pi}{3}$  E)  $\pi$

11.



f fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgelerin alanları  $S_1, S_2$  ve  $S_3 br^2$  dir.

$$\int_{-4}^3 f(x) dx = 2 \text{ ve } S_3 - S_2 = 2 br^2$$

olduğuna göre,  $\int_{-2}^4 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

12.  $y \geq |x| + 2$ ,  $y \leq 5$  eşitsizlik sisteminin çözüm bölgesi y eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürülüyor.

Buna göre oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A) 36 B) 27 C) 18 D) 12 E) 9

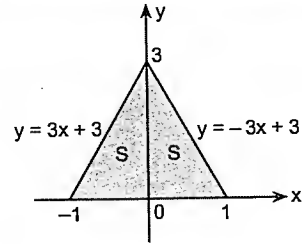
13.  $y \leq \sqrt{9 - x^2}$  ve  $y \geq 0$  eşitsizliklerini sağlayan  $(x, y)$  noktalarının analitik düzlemde oluşturduğu bölgenin x eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A) 9 B) 18 C) 27 D) 30 E) 32

14.  $y = \frac{1}{e^x}$  eğrisi ile  $x = -\ln 3$ ,  $x = 0$  ve  $y = 0$  doğruları tarafından sınırlı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1.

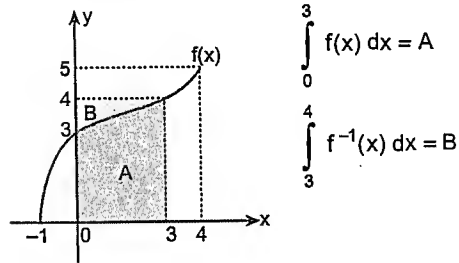


$$S = \int_{-1}^0 (3x + 3) dx \text{ ya da}$$

$$S = \int_0^1 (-3x + 3) dx$$

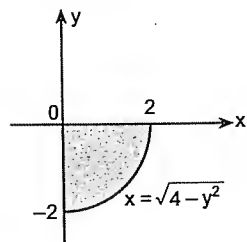
İstenen alan 2S olduğundan doğru seçenek "C" dir.

2.



olduğu için cevap  $A + B = 3 \cdot 4 = 12$  bulunur.  
Doğru seçenek "D" dir.

3.  $\sqrt{4 - y^2} = x$  ise  $x^2 + y^2 = 4$

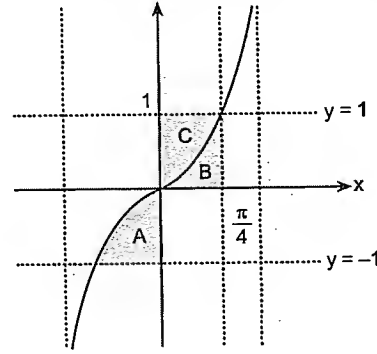


Soruda verilen integralin sonucu çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\frac{1}{4} \pi \cdot 2^2 = \pi$$

Doğru seçenek "E" dir.

4.

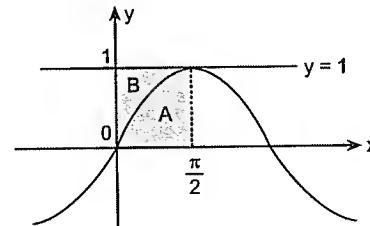


Fonksiyon tek olduğu için grafiği orijine göre simetrik. Bu nedenle  $A = C$  olur.

$$B + C = \frac{\pi}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{4} br^2$$

Doğru seçenek "A" dir.

5.



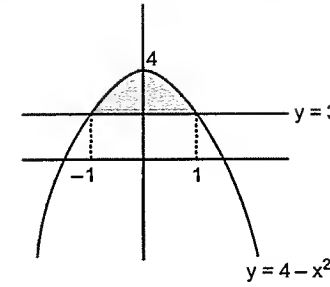
$$A = \int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = (\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1 br^2$$

$$A + B = \frac{\pi}{2} br^2 \text{ olduğu için}$$

$$B = \frac{\pi}{2} - 1 br^2 \text{ olur.}$$

Doğru seçenek "D" dir.

6.



$$y = 4 - x^2 \text{ ve } y = 3 \text{ eşitlenirse}$$

$$4 - x^2 = 3$$

$$x = \pm 1 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Taralı Alan} = \int_{-1}^1 [(4 - x^2) - 3] dx$$

$$= x - \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1$$

$$= \frac{4}{3} br^2$$

Doğru seçenek "C" dir.

$$7. S_1 = - \int_a^0 -x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_a^0 = 0 - \left( \frac{a^3}{3} \right) = -\frac{a^3}{3}$$

$$S_1 = - \int_0^2 -x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3} - 0 = \frac{8}{3}$$

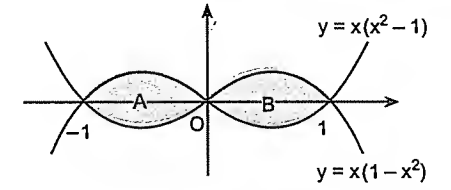
$$8S_1 = S_2 \text{ ise } 8 \cdot \left( -\frac{a^3}{3} \right) = \frac{8}{3}$$

$$-a^3 = 1$$

$$a = -1$$

Doğru seçenek "E" dir.

8.



fonksiyonlar eşitlenirse  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = -1$  bulunur. Grafik y eksenine göre simetrik.  $A = B$  olur.

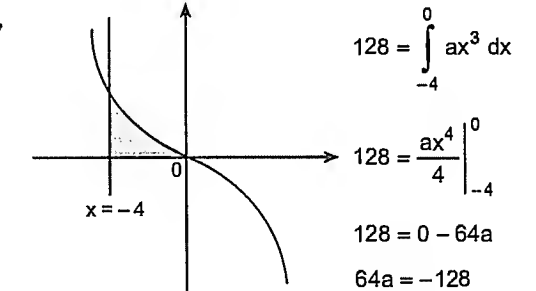
$$A + B = 2 \int_0^1 [x(1 - x^2) - x(x^2 - 1)] dx$$

$$= 2 \int_0^1 (-2x^3 + 2x) dx$$

$$= 1 br^2$$

Doğru seçenek "B" dir.

9.



$$128 = \int_{-4}^0 ax^3 dx$$

$$128 = \frac{ax^4}{4} \Big|_{-4}^0$$

$$128 = 0 - 64a$$

$$64a = -128$$

$$a = -2$$

Doğru seçenek "D" dir.

$$10. v = \pi \int_0^{\pi/2} (\cos x)^2 dx = \pi \int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \left( x + \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \left( \left( \frac{\pi}{2} + 0 \right) - 0 \right) = \frac{\pi^2}{4} br^3$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \pi br^3$$

Doğru seçenek "A" dir.

$$11. \int_{-4}^3 f(x) dx = \int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

$$2 = S_1 + S_2 - S_3$$

$$2 = S_1 - (S_3 - S_2)$$

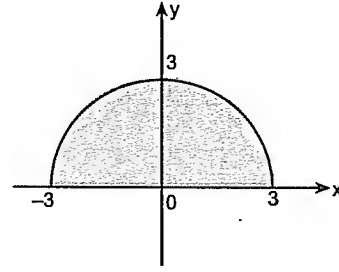
$$2 = S_1 - 2$$

$$S_1 = 4 \text{ br}^2$$

$$\int_{-2}^{-4} f(x) dx = - \int_{-4}^{-2} f(x) dx = -S_1 = -4$$

Doğru seçenek "A" dir.

13.



Taralı bölge (yarım daire) x eksenini etrafında 180° döndürüldüğü için yarıçapı 3 br olan yarım küre oluşur.

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

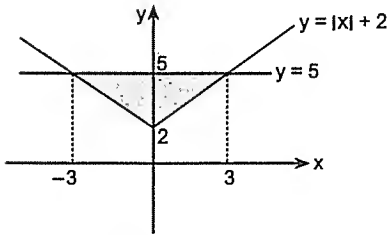
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi 3^3$$

$$= 18\pi$$

Doğru seçenek "B" dir.

karekök

12.



Fonksiyonlar eşitlenirse

$$|x| + 2 = 5$$

$$|x| = 3$$

$$x = \pm 3$$

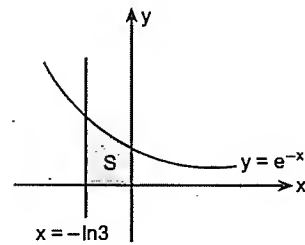
Taralı bölge y eksenini etrafında döndürüldüğünde taban yarıçapı 3 br yüksekliği 3 br olan koni oluşur.

$$V_{\text{koni}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 3$$

$$= 9\pi$$

Doğru seçenek "B" dir.

14.



$$S = \int_{-\ln 3}^0 e^{-x} dx$$

$$= -e^{-x} \Big|_{-\ln 3}^0$$

$$= -(e^0 - e^{\ln 3})$$

$$= -(1 - 3)$$

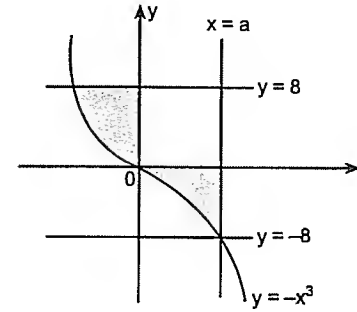
$$= 2 \text{ br}^2$$

Doğru seçenek "D" dir.

1.  $x = (3 + y)^2$  parabolü ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

2.



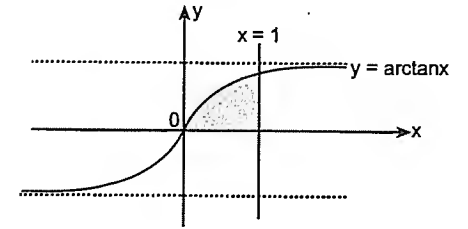
Şekilde  $y = -x^3$  eğrisi ile  $y = 8$ ,  $y = -8$ ,  $x = a$  doğruları ve eksenler arasındaki taralı bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{br}^2$  dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

5.  $y = -3x$ ,  $y = 3$  ve  $x = 0$  doğrularının sınırladığı bölgenin y eksenini etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  olur?

- A)  $\frac{\pi}{3}$  B)  $\frac{\pi}{2}$  C)  $\frac{2\pi}{3}$  D)  $\pi$  E)  $\frac{3\pi}{2}$

6.



Şekildeki  $y = \arctan x$  eğrisi,  $x = 1$  doğrusu ve x eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?

- A)  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$  B)  $\frac{\pi}{4} - \ln 2$  C)  $\frac{\pi}{4} + \ln 2$   
D)  $\frac{\pi}{4} - \ln 4$  E)  $\frac{\pi}{2} - \ln 4$

karekök

3.  $y = \frac{1}{x}$  eğrisi,  $x = 2$  ve  $y = x$  doğruları arasında

kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?

- A)  $\frac{3}{2} - \ln 2$  B)  $1 - \ln 2$  C)  $1 + \ln 2$

- D)  $\frac{1}{2} + \ln 2$  E)  $2 - \ln 2$

4.

$$\int_{-2}^2 (\sqrt{4 - x^2} - |x| + 2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $2\pi - 2$  B)  $2\pi + 2$  C)  $4\pi - 2$   
D)  $2\pi + 4$  E)  $4\pi + 2$

$$7. f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 \leq x < 0 \\ \sqrt{4-x^2}, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

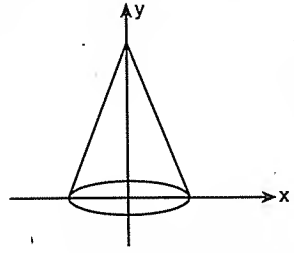
fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?

- A)  $\pi - 1$  B)  $\pi + 1$  C)  $\pi - 2$   
D)  $\pi$  E)  $\pi + 2$

8.  $y = \sqrt{x}$  eğrisi,  $x = 4$ ,  $y = 4$  ve  $x = 0$  doğruları ile sınırlanan bölgenin alanı kaç  $\text{br}^2$  dir?

- A)  $\frac{32}{3}$  B) 9 C)  $\frac{20}{3}$  D) 6 E)  $\frac{16}{3}$

9.

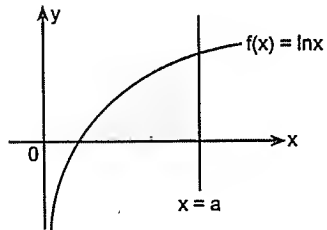


Yandaki şekilde taban yarıçapı 2 br, yüksekliği 4 br olan dik koni verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu koninin hacmine eşittir?

- A)  $\pi \int_{-2}^2 (2x+4)^2 dx$  B)  $\pi \int_0^4 (2x+4)^2 dx$   
C)  $\pi \int_0^4 \left(\frac{4-y}{2}\right)^2 dy$  D)  $\pi \int_{-2}^2 \left(\frac{4-y}{2}\right)^2 dy$   
E)  $\pi \int_0^4 (2y+4)^2 dy$

10.



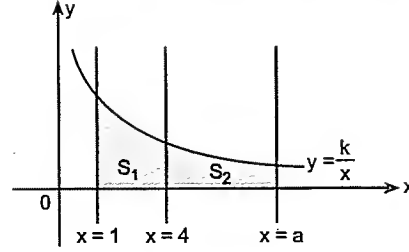
$f(x) = \ln x$  eğrisi,  $x = a$  doğrusu ve  $x$  eksenini arasındaki taralı bölgenin alanı  $(a+1) br^2$  olduğuna göre,  $f(a)$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

11.  $x = y^2$  ve  $y = x^2$  parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E) 2

12.



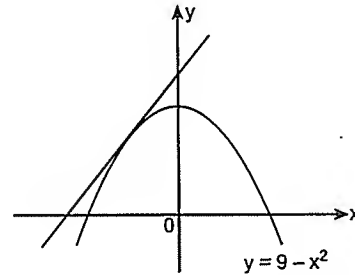
Şekilde  $y = \frac{k}{x}$  eğrisi,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $x = a$  ve  $x$  eksenini

arasında kalan taralı alanlar  $S_1$  ve  $S_2$   $br^2$  dir.

$S_1 = 2S_2$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13.



Şekilde,  $y = 9 - x^2$  parabolü ve parabole  $x = -1$  apsisli noktadaki teğeti arasında kalan bölge gösterilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

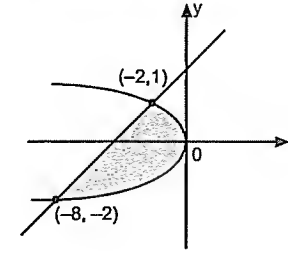
- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

14.  $\{(x, y): x + y \leq 4, x \geq 1, y \geq 0\}$

bölgesinin  $x$  eksenini etrafında  $360^\circ$  dönmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

- A)  $3\pi$  B)  $6\pi$  C)  $9\pi$  D)  $12\pi$  E)  $15\pi$

1.



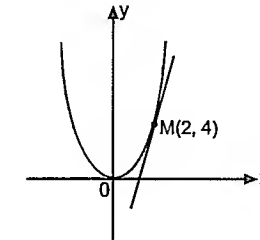
Yukarıdaki şekilde verilen parabolün denklemleri

$y^2 = -\frac{1}{2}x$  olduğuna göre, taranmış alanın değeri

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 21 B)  $\frac{13}{4}$  C) 9 D) 18 E) 252  
(1978)

2.



$y = x^2$  parabolü,  $M(2, 4)$  noktasındaki teğeti ve  $Ox$  ekseninin sınırladığı alan kaç birim karedir?

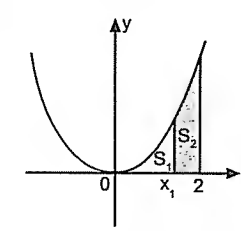
- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2  
(1979)

3.  $R$  den  $R$  ye  $a > 0$  koşuluyla  $f: x \rightarrow f(x) = ax^2$  fonksiyonu veriliyor.

Bu fonksiyonun grafiği ile  $Ox$  eksenini ve  $x = 1$  doğrusu arasında kalan alan 2 birim kare olduğuna göre,  $a$  nın değeri nedir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2  
(ÖYS 1981)

4.



Şekilde  $y = x^2$  nin grafiği verilmiştir.

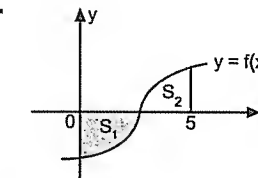
Taralı  $S_1$  ve  $S_2$  alanları arasında  $3S_1 = S_2$  bağıntısı bulunduğu göre,  $x_1$  apisi kaçtır?

- A)  $\sqrt[3]{2}$  B)  $\sqrt[3]{3}$  C)  $\sqrt[3]{4}$  D)  $\sqrt[3]{6}$  E)  $\sqrt[3]{8}$   
(ÖYS 1982)

5.  $a > 0$  koşulu ile,  $y = x^3 + ax$  eğrisi,  $x$  eksenini ve  $x = 2$  doğrusu ile sınırlı alan 8 birim kare olduğuna göre,  $a$  nın değeri nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5  
(ÖYS 1982)

6.



$f$ , grafiğinin bir parçası şekilde verilen bir fonksiyondur.

$\int_0^5 f(x) dx = -\frac{25}{3}$  ve  $S_1 = \frac{32}{3}$  birim kare olduğuna göre,  $S_2$  kaç birim karedir?

- A)  $\frac{7}{3}$  B)  $\frac{13}{3}$  C)  $\frac{23}{3}$  D)  $\frac{47}{3}$  E)  $\frac{57}{3}$   
(ÖYS 1984)

7.  $y = \ln x$  eğrisi,  $x$ - eksen ve  $x = b$  ve  $(b > 1)$  ile sınırlı bölgenin alanı  $b + 1$  birim kare olduğuna göre,  $b$  kaçtır?

A)  $\frac{e}{4}$  B) 2 C)  $e$  D)  $\frac{e^2}{2}$  E)  $e^2$   
(ÖYS 1985)

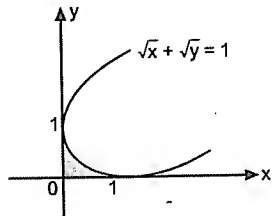
8. Denklemleri  $y = x^2$  ve  $y^2 = 8x$  olan eğrilerin sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A)  $\frac{8}{3}$  B)  $\frac{16}{3}$  C) 2 D) 3 E) 4  
(ÖYS 1988)

9.  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$  integralinin sonucu kaçtır?

A)  $\frac{\pi}{2}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{2\pi}{3}$  D)  $\frac{3\pi}{4}$  E)  $\pi$   
(ÖYS 1989)

10.

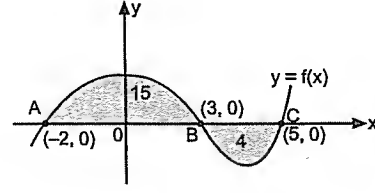


Yukarıdaki şekilde, denklemleri  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  olan parabol verilmiştir.

Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A)  $\frac{1}{9}$  B)  $\frac{1}{8}$  C)  $\frac{1}{6}$  D)  $\frac{1}{5}$  E)  $\frac{1}{4}$   
(ÖYS 1989)

11.



Yukarıdaki şekilde  $y = f(x)$  in grafiği verilmiştir.

$x$  ekseninin, AB yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 15 birim kare, BC yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 4 birim kare olduğuna göre,

$$\int_{-2}^5 f(x) dx \text{ değeri kaçtır?}$$

A) 83 B) 67 C) 60 D) 19 E) 11  
(ÖYS 1989)

12.  $\{(x, y): x \geq 0, x + y \geq 2, 3x + y \leq 6\}$  bölgesinin  $y$  eksen etrafında dönmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

A)  $16\pi$  B)  $\frac{64}{3}\pi$  C)  $\frac{32}{3}\pi$  D)  $\frac{16}{3}\pi$  E)  $4\pi$

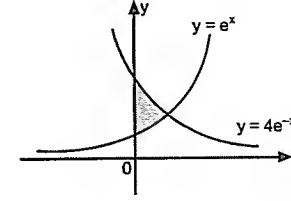
(ÖYS 1989)

13.  $\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx$  değeri nedir?

A)  $4(\pi - 2)$  B)  $4(\pi - \sqrt{3})$  C)  $3(\pi - \sqrt{2})$   
D)  $3\sqrt{2}(\pi - 2)$  E)  $2\sqrt{3}(\pi - 2)$

(ÖYS 1990)

14.



Şekilde,  $y = e^x$  ve  $y = 4e^{-x}$  fonksiyonlarının grafikleri ve  $y$  eksenile sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

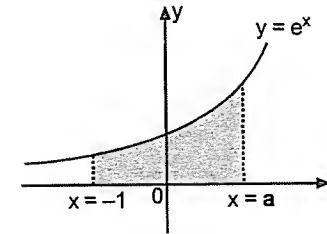
A) 1 B) 2 C) 3 D)  $\ln 2$  E)  $\ln 3$   
(ÖYS 1993)

15.  $y^2 = 16 - x$  parabolünün koordinat sisteminin 1. bölgesindeki  $(x \geq 0, y \geq 0)$  parçası ile  $x = 0$  ve  $y = 0$  doğruları ile sınırlı olan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A)  $\frac{128}{3}$  B)  $\frac{32}{3}$  C)  $\frac{64}{3}$  D)  $\frac{16}{3}$  E) 16

(ÖYS 1996)

16.



Şekildeki gibi,  $y = e^x$  eğrisi ile  $x = -1$ ,  $x = a$  ve  $y = 0$  doğruları ile sınırlı bölgenin  $x$  eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi  $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})br^3$  olduğuna göre,  $a$  nın değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1996)

17.

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x) dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{25\pi}{4}$  B)  $\frac{25\pi}{8}$  C)  $16\pi$  D) 36 E) 45  
(ÖYS 1997)

18.  $y = \frac{1}{3}x^2$  eğrisi,  $x = 3$  doğrusu ve  $x$  eksen ile sınırlı bölgenin  $x$  eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç  $br^3$  tür?

A)  $\frac{13\pi}{4}$  B)  $\frac{17\pi}{4}$  C)  $\frac{19\pi}{5}$

D)  $\frac{27\pi}{5}$  E)  $\frac{32\pi}{5}$

(ÖYS 1997)

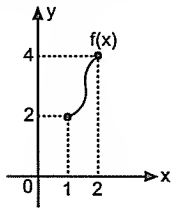
19.  $y^2 = 4x$  ve  $y = 2x^2$  eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A)  $\frac{5}{6}$  B)  $\frac{4}{5}$  C)  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1998)



20.



Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten  $f: [1, 2] \rightarrow [2, 4]$  fonksiyonunun tersi  $f^{-1}$  dir.

Buna göre,  $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx$  toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(ÖSS 2006 II)

21.

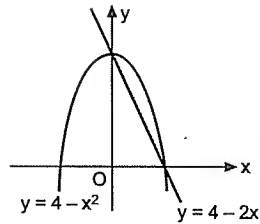
$$x^2 = 2y \text{ ve } y^2 = 2x$$

eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{5}{2}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{4}$

(ÖSS 2007 II)

22.

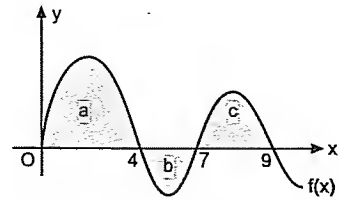


Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{3}{2}$  B)  $\frac{5}{3}$  C)  $\frac{4}{3}$  D)  $\frac{7}{3}$  E)  $\frac{9}{4}$

(ÖSS 2009 II)

23.



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

Buna göre,  $\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^7 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A)  $2a + b$  B)  $2a + c$  C)  $2b + c$   
D)  $2c + b$  E)  $2a + 2b + c$

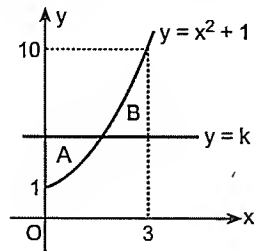
(ÖSS 2009 II)

24.  $y = x^3$  eğrisi ve  $y = x$  doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{3}{2}$  C) 1 D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{2}{3}$

(LYS 2010)

25. Aşağıdaki grafikte, A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde  $y = k$  doğrusu verilmiştir.



Buna göre, k'nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D)  $\frac{9}{4}$  E)  $\frac{11}{2}$

(LYS 2011)

1	C	2	B	3	A	4	A	5	B	6	A	7	E	8	A	9	A	10	C	11	E	12	D	13	A
14	A	15	A	16	D	17	B	18	D	19	D	20	C	21	D	22	C	23	C	24	A	25	C		

# KARMA TESTLER

## İNTEGRAL

1.  $\int 6\sin(2x + 3t)dt$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-3\cos(2x + 3t) + c$   
 B)  $-2\cos(2x + 3t) + c$   
 C)  $-\cos(2x + 3t) + c$   
 D)  $2\cos(2x + 3t) + c$   
 E)  $3\cos(2x + 3t) + c$

2.  $\int \frac{2x}{e^{x^2}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $e^{-x^2} + c$       B)  $e^{-2x} + c$       C)  $e^{-x} + c$   
 D)  $-e^{-2x} + c$       E)  $-e^{-x^2} + c$

3.  $k > 0$  olmak üzere,  $y = \frac{1}{x}$  eğrisi ile  $x = k$ ,  $x = 4k$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A)  $\ln 2$       B) 1      C)  $\ln 3$       D)  $\ln 4$       E) 2

4.  $\int_0^4 \sqrt{x^2 - 4x + 4} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

5.  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

6.  $\int_0^{\pi/4} \sec x \sqrt{1 + \tan^2 x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

7.  $f(x) = \begin{cases} 4x^3, & x \leq 0 \\ -5x^4, & x > 0 \end{cases}$

olduğuna göre,  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

8.  $\int_{-2}^{-1} \frac{2x^2}{|x|} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3      B) -2      C) 0      D) 2      E) 3

9.  $\int_0^{\pi/8} 8 \tan^2 2x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $4 - \pi$  B)  $2 - \pi$  C) 0  
D)  $\pi - 2$  E)  $\pi - 4$

10.  $\int_1^e \frac{x-1}{x^2} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

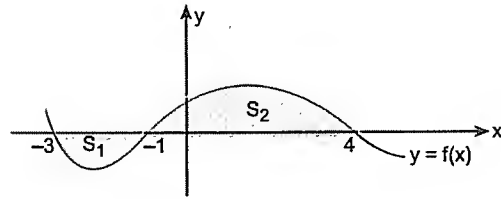
- A)  $e^{-2}$  B)  $e^{-1}$  C) 1 D) e E)  $e^2$

11.  $\int_3^{3\sqrt{3}} \frac{3}{9+x^2} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{\pi}{12}$  B)  $-\frac{\pi}{24}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{24}$  E)  $\frac{\pi}{12}$

12.



Grafikteki taralı alanlar  $S_1$  ve  $S_2$   $br^2$  dir.

Buna göre,

$$\int_{-3}^{-1} f(x) \, dx + 2 \int_{-1}^4 f(x) \, dx$$

toplamı  $S_1$  ve  $S_2$  cinsinden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-S_1 - S_2$  B)  $S_1 - S_2$  C)  $S_2 - S_1$   
D)  $S_1 + S_2$  E)  $S_2 - 2S_1$

13.  $\int_{-1}^{11} \left( \frac{3x-1}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

14.  $y = e^{2x}$  eğrisi,  $x = \ln 3$  doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

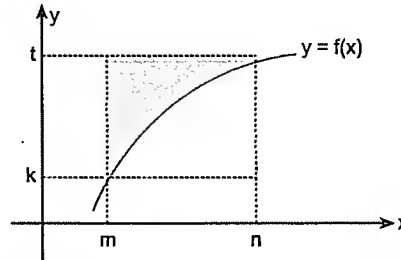
- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

15.  $\int_2^4 f(x+k) \, dx = 10$

olduğuna göre,  $\int_{2+k}^{4+k} f(x) \, dx$  değeri kaçtır?

- A)  $10 - k$  B)  $k - 10$  C) 10  
D)  $5 - k$  E)  $k + 5$

16.



Şekilde gösterilen taralı alanın değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\int_m^n f(x) \, dx$  B)  $\int_k^t f(x) \, dx$  C)  $\int_m^n (f(x) - k) \, dx$   
D)  $\int_k^t f^{-1}(y) \, dy$  E)  $\int_k^t (f^{-1}(y) - m) \, dy$

1.  $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & x \geq 0 \\ \cos \pi x, & x < 0 \end{cases}$

olduğuna göre,  $\int_{-1}^2 f(x) \, dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2.  $\int_{-1}^1 \frac{2x+1}{x^2+1} \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{\pi}{2}$  B)  $-\frac{\pi}{4}$  C) 0 D)  $\frac{\pi}{4}$  E)  $\frac{\pi}{2}$

3.  $y = \frac{1}{x^2}$  eğrisi ile  $x = \frac{1}{4}$ ,  $x = \frac{1}{2}$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4.  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

fonksiyonu artan ve türevlenebilen bir fonksiyondur.

$$F(x) = \int_0^x (t+2) f'(t) \, dt$$

fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5.  $\int_{-2}^2 e^{\cos x} \, dx = 2k$

olduğuna göre,  $\int_0^2 e^{\cos x} \, dx$  değeri kaçtır?

- A) -2k B) -k C) 0 D) k E) 2k

6.  $\int_a^b \frac{e^{\ln \sqrt{x}}}{2x} \, dx = b - a$

olduğuna göre,  $\sqrt{b} + \sqrt{a}$  değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.  $\int (2ax + 4) \, dx = f(x)$  ve  $f'(1) = 6$

olduğuna göre,  $f''(x)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8.  $\int_0^{\sqrt{3}} 12x\sqrt{1+x^2} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

9.  $y = 5x^4$  eğrisi ile  $y = 3x^2 + 2$  parabolü arasındaki kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 16

10.  $\int_{-3}^3 (4x^3 + m) dx = 36$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

11.  $y = \sqrt{\cos x}$  eğrisi,  $x = \frac{\pi}{6}$  doğrusu ve eksenler arasındaki bölge x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{2}{3}$  E) 1

12.  $\int_1^2 \frac{x+2}{x^2+4x+2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\ln\sqrt{2}$  B)  $\ln 2$  C)  $\ln 4$   
D)  $5\ln\sqrt{2}$  E)  $\ln 8$

13.  $y = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$  eğrisi,  $x = 1$  doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14.  $\int_{-1}^1 \frac{4-x^2}{x-2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

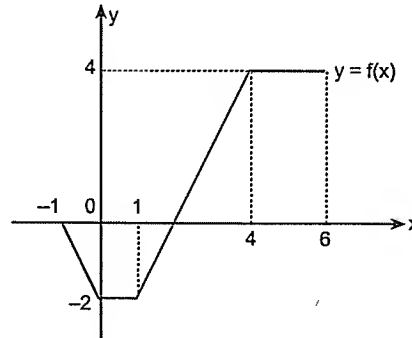
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

15.  $\int 8\cot 4x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $-2\ln|\cos x| + c$  B)  $-2\ln|\sin x| + c$   
C)  $\ln|\sin 4x| + c$  D)  $2\ln|\cos 4x| + c$   
E)  $2\ln|\sin 4x| + c$

16.



Grafik, parçalı doğrusal fonksiyon  $f(x)$  e aittir.

Buna göre,  $\int_{-1}^6 f(x) dx$  değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

## KARMA TEST - 3

1.  $\int_1^e \frac{6\ln^2 x}{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $\int_m^n f(x) dx = 4m - 4n$

olduğuna göre,  $\int_n^m (f(x) + 4) dx$  değeri kaçtır?

A)  $-8m$  B)  $-8n$  C) 0  
D)  $8m - 8n$  E)  $8m + 8n$

3.  $\int_{-a}^a (5x^3 + m) dx = 20m$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

4.  $y = \sec x$  eğrisi ile  $x = 0$ ,  $y = 0$  ve  $x = \frac{\pi}{4}$  doğruları arasında kalan bölge x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  tür?

A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

5.  $\frac{d}{dx} \int_0^{\sin x} 4t^2 \sqrt{1-t^2} dt$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\cos^2 2x$  B)  $\cos 2x$  C)  $\sin^2 2x$   
D)  $\sin 2x$  E) 1

6.  $f(1) - g(1) = 2$   
 $f'(x) - g'(x) = 4$

olduğuna göre,  $f(2) - g(2)$  değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7.  $\int_0^{\sqrt[4]{8}} \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 4 C) 2 D) 1 E) 0

8.  $\int \ln x \cdot f'(x) dx = f(x) \cdot \ln x + e^{2x}$

olduğuna göre,  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-2x \cdot e^{2x}$  B)  $-x \cdot e^{2x}$  C)  $-2x + e^{2x}$   
D)  $x \cdot e^{2x}$  E)  $2x \cdot e^{2x}$

9.  $y = x^3 + 1$  eğrisi ile  $y = x + 1$  doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2

10.  $\int_1^4 \sqrt{x} \cos \sqrt{x} dx$

integralinde  $\sqrt{x} = u$  dönüşümü yapılırsa eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A)  $\int_2^1 u \cos u du$  B)  $\int_1^4 u \cos u du$   
C)  $\int_1^2 u^2 \cos u du$  D)  $\int_1^4 2u^2 \cos u du$   
E)  $\int_1^2 2u^2 \cos u du$

11.  $y = \sqrt{2x}$  ve  $y = -\sqrt{2x}$  eğrileri ile  $y = 2$  doğrusu arasında kalan bölge x ekseninde 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

12.  $\int_2^4 \frac{(x-1)(x+2)^2}{x^2+x-2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 10 D) 14 E) 18

13.  $y = x + 3$  doğrusu ve eksenler arasında kalan kapalı bölge y ekseninde 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 27

14. Aşağıdaki integrallerden hangisinin değeri en fazladır?

A)  $\int_3^5 x^{3/2} dx$  B)  $\int_3^5 x^{4/3} dx$   
C)  $\int_3^5 x^{5/4} dx$  D)  $\int_3^5 x^{5/3} dx$   
E)  $\int_3^5 x^{7/4} dx$

15.  $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\frac{\pi}{6}$  B)  $\frac{\pi}{4}$  C)  $\frac{\pi}{3}$  D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\frac{3\pi}{4}$

16.  $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + c$  B)  $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + c$   
C)  $\ln |x(x-1)| + c$  D)  $2 \ln |x(x-1)| + c$   
E)  $2 \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + c$

1.  $\int_1^0 \frac{x^2-1}{2\sqrt{x}(x+1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\frac{1}{6}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{2}{3}$  E) 1

2.  $y = \sqrt{\sin x}$  eğrisi ile  $y = 0$  ve  $x = \frac{\pi}{2}$  doğruları tarafından sınırlı bölge x ekseninde 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

A) 1 B)  $\frac{3}{2}$  C) 2 D)  $\frac{5}{2}$  E) 3

3.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/4} \sin |2x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2

4.  $\int_0^{\ln 2} e^{e^x+x} dx = e^t(e-1)$

olduğuna göre, t kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5.  $y = \frac{x+1}{x-1}$  eğrisi ile eksenler arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?

A)  $-1 + \ln 4$  B)  $-1 + \ln 5$  C)  $1 - \ln 2$   
D)  $1 + \ln 2$  E)  $1 + \ln 4$

6.  $\sqrt{x} = t$  dönüşümü yapıldığında  $\int_0^9 \sin(\sqrt{x}) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A)  $\int_0^3 t \sin t dt$  B)  $\int_0^9 t \sin t dt$   
C)  $\int_0^3 2t \sin t dt$  D)  $\int_0^9 2t \sin t dt$   
E)  $\int_0^3 2t^2 \sin t dt$

7.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{x^3+1} dx$

değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8.  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ve  $\int_0^a f''(x) dx = 8$

olduğuna göre, a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -1 C) 2 D) 5 E) 8

9.  $\int_0^{1/3} 18x \cdot e^{3x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

kareköt

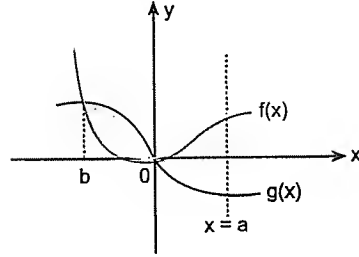
kareköt

10.  $\int_1^3 \sqrt{-x^2 + 4x - 3} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\frac{2\pi}{3}$  E)  $\pi$

11.



Grafikte gösterilen taralı bölgenin alanının değerine aşağıdakilerden hangisi eşittir?

A)  $\int_b^a (f(x) - g(x)) dx$

B)  $\int_b^a (g(x) - f(x)) dx$

C)  $\int_b^a f(x) dx - \int_0^a g(x) dx$

D)  $\int_b^a g(x) dx - \int_0^a f(x) dx$

E)  $\int_b^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^a f(x) dx$

12.  $\frac{d}{dx} \int d(e^{4x} + 1)$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $e^{4x} + 1$  B)  $4e^{4x}$  C)  $4e^{4x} + 1$   
D)  $4e^x$  E)  $e^{4x}$

13.  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

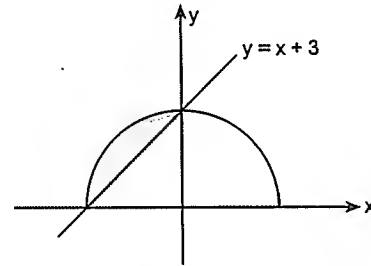
- A)  $-2\cos\sqrt{x} + c$  B)  $-2\sin\sqrt{x} + c$   
C)  $\sin\sqrt{x} + c$  D)  $2\sin\sqrt{x} + c$   
E)  $2\cos\sqrt{x} + c$

14.  $\int \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx = f(x) + \frac{x^2}{2} - 2x$

olduğuna göre,  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $-\ln|x|$  B)  $\ln|x|$  C)  $-\frac{1}{x}$   
D)  $\frac{1}{x}$  E)  $x \ln|x|$

15.



Şekildeki yarım çember ile  $y = x + 3$  doğrusu arasında kalan taralı bölge y eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$  br<sup>3</sup> olur?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 27

16.  $y = 2x \cdot \sin x^2$  eğrisi ile  $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ,  $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  doğru-

ları ve x eksenini arasında kalan bölgenin alanı

kaç br<sup>2</sup> dir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  D) 1 E) 2

1.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiğine  $x = 0$  ve  $x = 1$  de çizilen teğetlerin eğim açıları sırasıyla  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  dir.

Buna göre,

$\int_0^1 2f'(x) f''(x) dx$

integralinin değeri kaç eşittir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $\int (4xt + 3x^2) dt$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2xt^2 + x^3 + c$  B)  $2x^2t + 3x^3t + c$   
C)  $2x^2t + x^3 + c$  D)  $2xt^2 + 3x^2t + c$   
E)  $4xt^2 + 3x^2t + c$

3.  $k > 0$  olduğuna göre,

$\int_0^k (4x - 3x^2) dx$

integralinin en büyük değeri için k kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{3}$

4.  $x = 3 - y^2$  parabolü ile  $x = 2y$  doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br<sup>2</sup> dir?

- A)  $\frac{16}{3}$  B) 6 C)  $\frac{20}{3}$  D) 8 E)  $\frac{32}{3}$

5.  $\int \cos 2x \cdot \cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$  B)  $\sin x + \frac{2}{3} \sin^3 x + c$   
C)  $\sin x - \frac{2}{3} \cos^3 x + c$  D)  $\sin x + \frac{2}{3} \cos^3 x + c$   
E)  $\cos x - \frac{2}{3} \sin^3 x + c$

6.  $f''(x) = 12x + 8$

$f'(0) = -6$

$f(0) = 1$

olduğuna göre,  $f(1)$  değeri kaç eşittir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

7.  $\int_2^1 f(x) dx = 6$  ve  $\int_2^3 f(x) dx = 8$

olduğuna göre,  $\int_3^1 f(x) dx$  değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8.  $\int (x - 2)f(x) dx = 3x^4 - 2x^3 - 18x^2$

olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?

- A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88



9.  $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{2x}{(1+x^2)^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{12}$  B)  $-\frac{1}{6}$  C) 1 D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{12}$

10.  $f(x) = \frac{1}{x}$  olduğuna göre,

$\int_1^2 2x f'(x^2) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B)  $-\frac{3}{4}$  C) 0 D)  $\frac{3}{4}$  E) 1

11.  $x = y^2 - 9$  parabolünün analitik düzlemin 2. bölgesindeki parçası ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

12.  $\int_7^0 x \cdot \sqrt[3]{x+1} dx$

integralinde  $x + 1 = t^3$  dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A)  $\int_0^3 (t^3 - 1)t dt$  B)  $\int_2^0 (t^3 - 1)t dt$

C)  $\int_2^0 (t^6 - t^3) dt$  D)  $\int_1^2 3(t^3 - t^6) dt$

E)  $\int_0^2 3(t^6 - t^3) dt$

13.  $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$

olmak üzere  $f(x) = |\cos x|$  fonksiyonunun grafiği ile x eksenı arasında kalan bölgenin alanı kaç  $\pi$ 'dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14.  $y = \sqrt{2} e^x$  eğrisi,  $x = 0$  ve  $x = -\ln 2$  doğruları arasındaki bölge x eksenı etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi$   $\text{br}^3$  olur?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{3}{4}$  D) 1 E)  $\frac{4}{3}$

15.

$f(x) = (x^2 + 1) \int_1^x \cos^3 t dt$

olduğuna göre,  $f'(0)$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E)  $\frac{3}{4}$

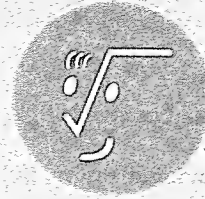
16.  $x = y^2 + 1$  parabolü ile  $x = 2$  doğrusu arasında kalan bölge x eksenı etrafında  $180^\circ$  döndürülüyor.

Oluşan cismin hacmine eşit olan integral aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\pi \int_1^2 (x-1) dx$  B)  $\pi \int_1^2 (x-1)^2 dx$

C)  $\frac{\pi}{2} \int_1^2 (x-1) dx$  D)  $\frac{\pi}{2} \int_1^2 (x-1)^2 dx$

E)  $2\pi \int_1^2 (x-1) dx$



İDEAL SINAV

İNTEGRAL

**A KAPALI UÇLU SORULAR**

Önerilen süre: 20 dk.

1.  $f(x) = \int (4x^3 - 6x^2 + 4x) dx$  ve  $f(1) = 4$  olduğuna göre,  $f(0)$  değeri kaçtır?

2.  $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$  integralinin eşitini bulunuz.

3.  $f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x < 0 \\ \sin 2x, & x \geq 0 \end{cases}$  fonksiyonu veriliyor. Buna göre,  $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$  değeri kaçtır?

4.  $\int_{\pi/4}^{\pi/6} \frac{d(\tan x)}{\tan^2 x}$  integralinin değeri kaçtır?

5.  $y = 3x^2$  parabolü,  $x = a$  ( $a > 0$ ) doğrusu ve  $x$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı  $8 br^2$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

**B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR**

Önerilen süre: 15 dk.

1.  $\int \frac{x+1}{x^2} dx$  integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln|x| - \frac{1}{x} + c$  B)  $\ln|x| + \frac{1}{x} + c$  C)  $2\ln|x| - \frac{1}{x} + c$   
D)  $2\ln|x| + \frac{1}{x} + c$  E)  $\ln|x| - \frac{2}{x} + c$

2.  $\int (x+1) \cdot f(x) dx = 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 12x - 4$  olduğuna göre,  $f(-1)$  değeri kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

3.  $\int_{1/2}^{e/2} \ln 2x dx$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{2}$  B)  $-\frac{1}{4}$  C) 0 D)  $\frac{1}{4}$  E)  $\frac{1}{2}$

4.  $\int_1^4 \sqrt{x} \cdot \ln \sqrt{x} dx$  integralinde  $t = \sqrt{x}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

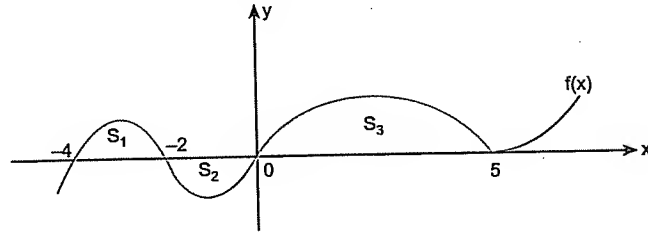
- A)  $\int_1^4 t \cdot \ln t dt$  B)  $\int_1^2 t \cdot \ln t dt$  C)  $\int_1^2 2t^2 \cdot \ln t dt$   
D)  $\int_1^4 2t^2 \cdot \ln t dt$  E)  $\int_1^2 2t \cdot \ln t dt$

5.  $2y = 1 - x^2$  parabolü ile  $x$  eksenini arasında kalan bölge  $y$  eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç  $\pi br^3$  olur?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D) 2 E) 4



1.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki integrallerin eşitini taralı bölgelerin değerleri  $S_1$ ,  $S_2$  ve  $S_3$  cinsinden yazınız.

a)  $\int_{-4}^{-2} f(x) dx = \dots\dots\dots$

d)  $\int_{-2}^5 f(x) dx = \dots\dots\dots$

b)  $\int_{-2}^0 f(x) dx = \dots\dots\dots$

e)  $\int_0^{-4} f(x) dx = \dots\dots\dots$

c)  $\int_5^0 f(x) dx = \dots\dots\dots$

f)  $\int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^{-2} f(x) dx = \dots\dots\dots$

2. Aşağıda verilen integral ve türevlerin eşitini yazınız.

a)  $\int dx = \dots\dots\dots$

f)  $\int_a^a f(x) dx = \dots\dots\dots$

b)  $\int dt = \dots\dots\dots$

g)  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = \dots\dots\dots$

c)  $\int df(x) = \dots\dots\dots$

h)  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = \dots\dots\dots$

i)  $\int_0^4 \sqrt{16-y^2} dy = \dots\dots\dots$

e)  $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx = \dots\dots\dots$

j)  $d \int d(\sin x) = \dots\dots\dots$

Aşağıdaki integrallerin değerini karşılarındaki kutulardan bulup eşleştiriniz.

1.  $\int_2^3 \frac{2}{x(x-1)} dx$

a)  $\frac{\pi^2}{36}$

2.  $\int_0^{2\pi} |\cos x| dx$

b)  $\ln 4$

3.  $\int_0^{1/2} \frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

c)  $\frac{\pi}{4}$

4.  $\int_{\pi/4}^{\pi/2} 2 \sin^2 4x dx$

d) 4

Aşağıda verilen önermelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

1. Bir fonksiyonun türevinin integrali daima kendisine eşittir.

Doğru	Yanlış
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2.  $f(x)$  fonksiyonu,  $(a, b)$  aralığının bazı noktalarında türevli değilse  $\int_a^b f(x) dx$  integralinin değeri bulunamaz.

Doğru	Yanlış
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Mutlak değer fonksiyonunun belirli integrali hesaplanırken mutlak değeri 0 yapan değerlere dikkat edilmelidir.

Doğru	Yanlış
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4.  $f(x)$  fonksiyonu tek fonksiyon ise  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$  olur.

Doğru	Yanlış
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A) Açık uçlu soruların cevapları

1.  $f(x) = \int (4x^3 - 6x^2 + 4x) dx$   
 $= x^4 - 2x^3 + 2x^2 + c$   
 $f(1) = 1 - 2 + 2 + c = 4$  ise  $c = 3$  bulunur.  
 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 3$  olduğundan  $f(0) = 3$

2.  $1 + \sin^2 x = u$   
 $2 \sin x \cos x dx = du$   
 $\sin 2x dx = du$   
 $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx = \int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$   
 $= \ln(1 + \sin^2 x) + c$

3.  $f(x)$  fonksiyonunun kritik değeri  $x = 0$  olduğu için integralin sınırlarını bu değere göre düzenleyelim.

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \int_{-\pi}^0 \cos 2x dx + \int_0^{\pi} \sin 2x dx$$

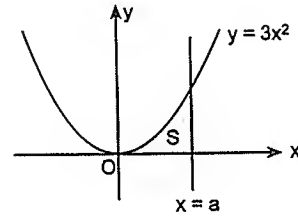
$$= \left[ \frac{\sin 2x}{2} \right]_{-\pi}^0 + \left[ -\frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{2}(\sin 0 - \sin(-2\pi)) - \frac{1}{2}(\cos 2\pi - \cos 0)$$

$$= \frac{1}{2}(0 - 0) - \frac{1}{2}(1 - 1) = 0$$

kareköt

5.



Soruda belirtilen taralı alan  $S = 8 \text{ br}^2$  dir.

$$S = \int_0^a 3x^2 dx = 8$$

$$x^3 \Big|_0^a = 8$$

$$a^3 - 0^3 = 8 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2 \text{ bulunur.}$$

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. A 2. D 3. E 4. C 5. A

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1. a)  $S_1$  d)  $S_3 - S_2$   
b)  $-S_2$  e)  $S_2 - S_1$   
c)  $-S_3$  f)  $S_1$
2. a)  $x + c$  f) 0  
b)  $t + c$  g)  $f(x)$   
c)  $f(x) + c$  h)  $2\pi$   
d)  $f(x)$  i)  $4\pi$   
e) 0 j)  $\cos x dx$

D) Doğru cevap ile eşleştirme

- 1 - b  
2 - d  
3 - a  
4 - c

E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

1) Doğru	Yanlış	2) Doğru	Yanlış
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3) Doğru	Yanlış	4) Doğru	Yanlış
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

kareköt



$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$



$$\int \cos u du = \sin u + c$$



$$\int \sin u du = -\cos u + c$$



$$\int (1 + \tan^2 u) du = \tan u + c$$



$$\int (1 + \cot^2 u) du = -\cot u + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \arcsin u + c$$



$$\int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c$$



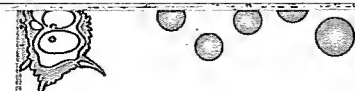
$$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$



$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$



$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$



$$\frac{d}{dx} \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt = v'(x)f(v(x)) - u'(x)f(u(x))$$



$$\int df(x) = f(x) + c$$



$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$



$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$



$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

